Метрология и стандартизация

Лекция № 2. Погрешности измерений. Характеристики качества измерений. Случайное событие, вероятность, случайная величина. Функции распределения

Цель и результаты обучения

Цель: понять природу погрешностей и причины их возникновения; освоить характеристики качества измерений и вероятностный аппарат для обработки экспериментальных данных.

РО 1. Понятия и законы

ИД 1.2 — объясняет погрешность, точность, правильность, достоверность, сходимость, воспроизводимость, вероятность.

ИД 1.3 — систематизирует виды погрешностей, случайные величины, функцию и плотность распределения.

РО 4. Анализ ошибок

ИД 4.2 — оценивает достоверность данных по сходимости и воспроизводимости.

ИД 4.3 — анализирует причины систематических и случайных ошибок и промахов с позиции основного постулата метрологии.

Погрешность измерения

Абсолютная погрешность

$$\Delta = x - x_д$$

x — результат измерения, $x_д$ — действительное значение (истинное неизвестно)

Относительная

$$\delta = \Delta / x_д \cdot 100\ \%$$

Приведённая

$$\gamma = \Delta / x_N \cdot 100\ \%$$

Погрешность средства измерений — отклонение показания СИ от действительного значения измеряемой величины; характеризует точность результатов, получаемых этим СИ.

x_N — нормирующее значение (например, предел шкалы).

Классификация погрешностей

Форма представления

- абсолютные
- относительные
- приведённые

Характер проявления

- систематические
- случайные
- грубые (промахи)

Зависимость от x

- аддитивные
- мультипликативные
- нелинейные

Случайную погрешность характеризуют: среднее квадратическое отклонение (СКО), доверительные границы, вероятная (срединная) погрешность

Систематические, случайные и грубые погрешности

1

Систематическая

Постоянна или закономерно меняется при повторных измерениях.

Выявляют и вводят поправку; калибровка, поверка.

2

Случайная

Меняется случайно по знаку и значению при одинаково тщательных измерениях.

Уменьшают усреднением; оценивают статистически.

3

Грубая (промах)

Резко отличается от остальных результатов ряда.

Выявляют критериями Граббса, Диксона и исключают.

Систематические погрешности

По источнику

- **Методические** — несовершенство метода или модели
- **Инструментальные** — свойства средства измерений
- **Субъективные** — особенности оператора

По характеру проявления

- постоянные
- прогрессирующие (дрейф)
- периодические
- изменяющиеся по сложному закону

Систематическую погрешность можно выявить и исключить поправкой

Аддитивные и мультипликативные погрешности

Зависимость Δ от x

Аддитивная:

$\Delta_a = a$

Мультипликативная:

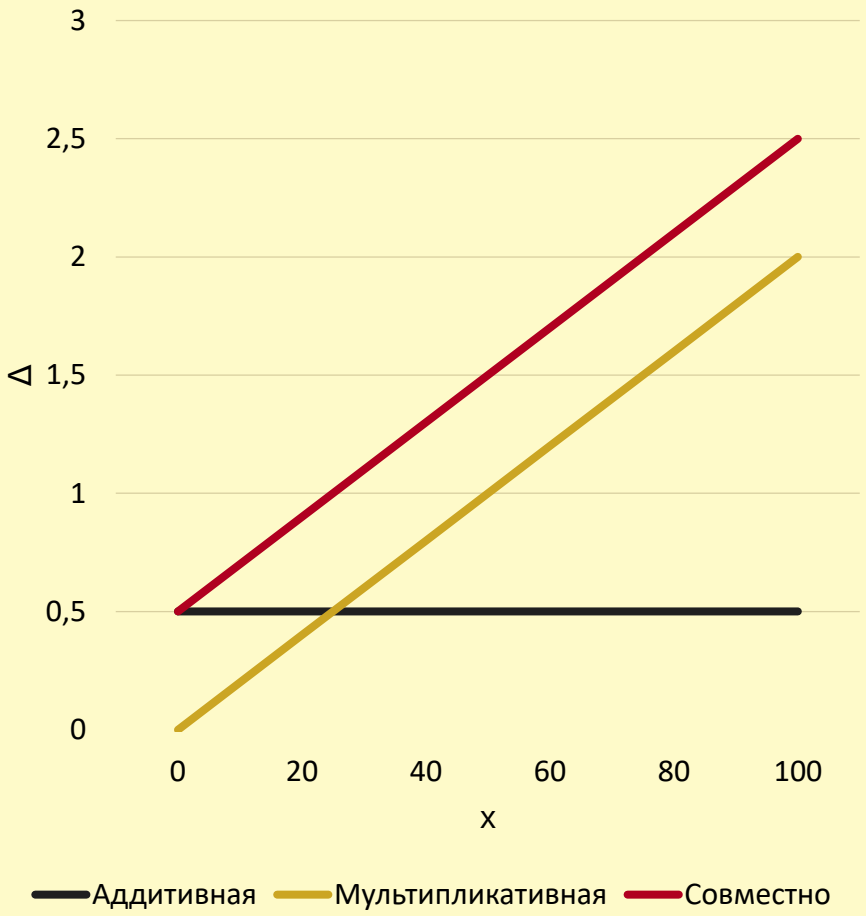
$\Delta_м = b \cdot x$

Совместно:

$\Delta = a + b \cdot x$

Нелинейная:

$\Delta = f(x)$



Основной постулат метрологии

1. **Истинное значение величины существует**

2. **Определить его измерением невозможно**

3. **На время измерения оно постоянно**

Результат измерения — реализация случайной величины: повторное измерение даёт другое значение

Характеристики качества измерений

Точность

малая погрешность результата, близость к истинному значению

Правильность

малая систематическая погрешность результатов

Достоверность

доверительная вероятность Р: интервал накрывает истинное значение с вероятностью Р

Сходимость

повторяемость: близость результатов при одном методе, СИ, операторе и условиях

Воспроизводимость

близость результатов при одном методе, но в разных лабораториях, у разных операторов, на разных СИ

Случайные погрешности

Причины

Множество неконтролируемых факторов, действующих одновременно

Неизбежны

Не устраняются, но уменьшаются усреднением: $s(\bar{x}) = s / \sqrt{n}$

Проявление

Результаты повторных измерений различаются между собой и с действительным значением

Описание

Законы теории вероятностей и математической статистики; полнее всего — закон распределения

Оценки результата и случайной погрешности

Среднее арифметическое

$$\bar{x} = \Sigma x_i / n$$

Выборочное СКО

$$s = \sqrt{[\ \Sigma(x_i - \bar{x})^2 / (n - 1)\ ]}$$

СКО среднего

$$s(\bar{x}) = s / \sqrt{n}$$

Пояснения

- $n - 1$ — число степеней свободы
- s^2 — несмещённая оценка дисперсии
- Доверительный интервал $\bar{x} \pm t \cdot s(\bar{x})$ — в следующей лекции

Случайное событие. Вероятность

События

- **Случайное** — в опыте может произойти или нет
- **Достоверное** — происходит всегда, P = 1
- **Невозможное** — не происходит, P = 0

Частота и вероятность

- Частота: $\nu(A) = n(A) / N$
- $0 \le P(A) \le 1$
- При больших N частота устойчиво группируется около P(A) — сходимость по вероятности (теорема Бернулли)

Случайная величина

Случайная величина принимает в опыте одно из возможных числовых значений — заранее неизвестное, но с определённой вероятностью

Дискретная

Конечное или счётное множество значений: число отказов 0, 1, 2, …; число дефектных изделий в выборке

Непрерывная

Значения сплошь заполняют интервал: масса, напряжение, длина; вероятность точного значения $P(X = x) = 0$

Закон распределения

Функция $F(x) = P(X < x)$

- не убывает, $0 \le F \le 1$
- $F(-\infty) = 0$, $F(+\infty) = 1$
- $P(a \le X < b) = F(b) - F(a)$

Плотность $f(x) = F'(x)$

- $f(x) \ge 0$
- площадь под кривой равна 1
- $P(a < X < b)$ — площадь между a и b

Дискретная СВ задаётся рядом $p_i = P(X = x_i)$, $\Sigma p_i = 1$. Гистограмма — выборочная оценка f(x)

Погрешность в нормативной системе РК

Поверка СИ

Метрологические характеристики и допускаемая погрешность подтверждают при утверждении типа и поверке (ст. 17, 19)

Перечни

Предельно допустимая погрешность или класс точности задаются в перечнях измерений (ст. 6-2, 6-3)

Лаборатории

Компетентность и оценка неопределённости: аккредитация, СТ РК ISO/IEC 17025

Закон № 53-II (ст. 1) вводит понятия «неопределённость измерений» и «метрологическая прослеживаемость»

Заключение

1. Погрешность — отклонение результата от действительного значения; она бывает систематической, случайной и грубой.

2. Случайную погрешность описывает закон распределения; её оценивают через $\bar{x}$, s и $s(\bar{x})$.

3. Далее: нормальное распределение, распределение Стьюдента, доверительные интервалы.

Вопросы для самопроверки

1. Дайте определения погрешности измерения и погрешности СИ; запишите формулы абсолютной, относительной и приведённой погрешностей.
2. Сформулируйте постулат метрологии; почему результат измерения — случайная величина?
3. Как классифицируют погрешности? Чем отличаются аддитивные и мультипликативные?
4. Чем различаются систематические, случайные и грубые погрешности? Приведите примеры.
5. Раскройте пять характеристик качества; чем сходимость отличается от воспроизводимости?
6. Что такое случайное, достоверное и невозможное события? Как вероятность связана с частотой?
7. Чем дискретная случайная величина отличается от непрерывной?
8. Что такое F(x) и f(x)? Как они связаны с гистограммой?

Список источников

Нормативные

1. Закон РК от 7 июня 2000 г. № 53-II «Об обеспечении единства измерений» (по состоянию на 25.08.2026).
2. СТ РК ISO/IEC 17025. Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий.
3. ISO 5725-1. Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results.
4. JCGM 200:2012 (VIM). Международный словарь по метрологии.
5. JCGM 100:2008 (GUM). Руководство по выражению неопределённости измерения.

Учебная литература

6. Козлова Т. Н. Основы метрологии, стандартизации и сертификации. — СПб.: Лань, 2022.
7. Сергеев А. Г., Терегеря В. В. Метрология, стандартизация и сертификация. — М.: Юрайт, 2023.
8. Метрология и измерения / под ред. И. И. Акимова. — Алматы: КазНУ, 2020.