# Дәріс 4.
# Симметрия элементтерін шығару. Симметрия түрлері. Симметрияның 32 түрі

*Дәріскер: х.ғ.к., доцент*

*Кудьярова Ж.Б.*

- **Дәрістің мақсаты:** студенттерге симметрия элементтерінің 32 түрін сипаттау және талдау, жеке бағыт, симметриялық-тең бағыт ұғымын түсіндіру, симметрия элементтерінің байланысу теоремаларын талдау қабілеттілігін қалыптастыру.

- Дәрісте симметрия түрлері, ерекше бағыты бар симметрия түрлерін шығару жолдары, ерекше бағыты жоқ симметрия түрлерін шығару жолдары қарастырылады. Сонымен қатар, симметрия түрлерін шығару үшін симметрия элементтерін байланыстыру теоремаларын қолдану талданады.

# Симметрия түрлерін шығару жолдары. Кристалдардың ерекше бағыты

- Қайталанбай жеке түрде кездесетін кристалдың бағытын ерекше бағыт деп айтады. Мысалы, төрт қырды пирамидада төртінші реттіось ерекше бағыт болып келеді. Ал, сіріңкенің корабында ерекше осьтер больш екінші реттіүш ось алынады, куб пішіндес фигурада бір де бір жеке кездесетін осьтер болмайды, оның барлық бағыттары кайталанып отырады, демек $3L_4$,$4L_3$немесе $6L_2$, яғни симметриялық тең бағыттар болып табылады. Сондықтан кубта ерекше бағыт болмайды.
- Инверсия центрі мен перпендикулярлы және параллельді жазықтыктар ерекше бағыты болуына бөгет болмайды. Сол сиякты оған перпендикулярлы екінші ретті ось немесе жеке бағытпен сәйкестенген түрлі реттіосьтер әсер етпейді. Ерекше бағытқа көлбеу қиылысқан симметриялық элементтер оның ерекшелігін жойып жібереді, демек бірнеше сол сиякты бағытқа көбейтеді.
-

# Симметрия элементтерінің байланысу теоремалары

- Симметриялық операциялар бір-бірінебайланысты болады. Бірінен кейін бірі дәйекті орындалған симметриялық операцияларды эквивалентті үшіншіжолмен шығаруга болады. Симметриялық элементтердің байланыстары бірнеше теоремаларға бағынады.

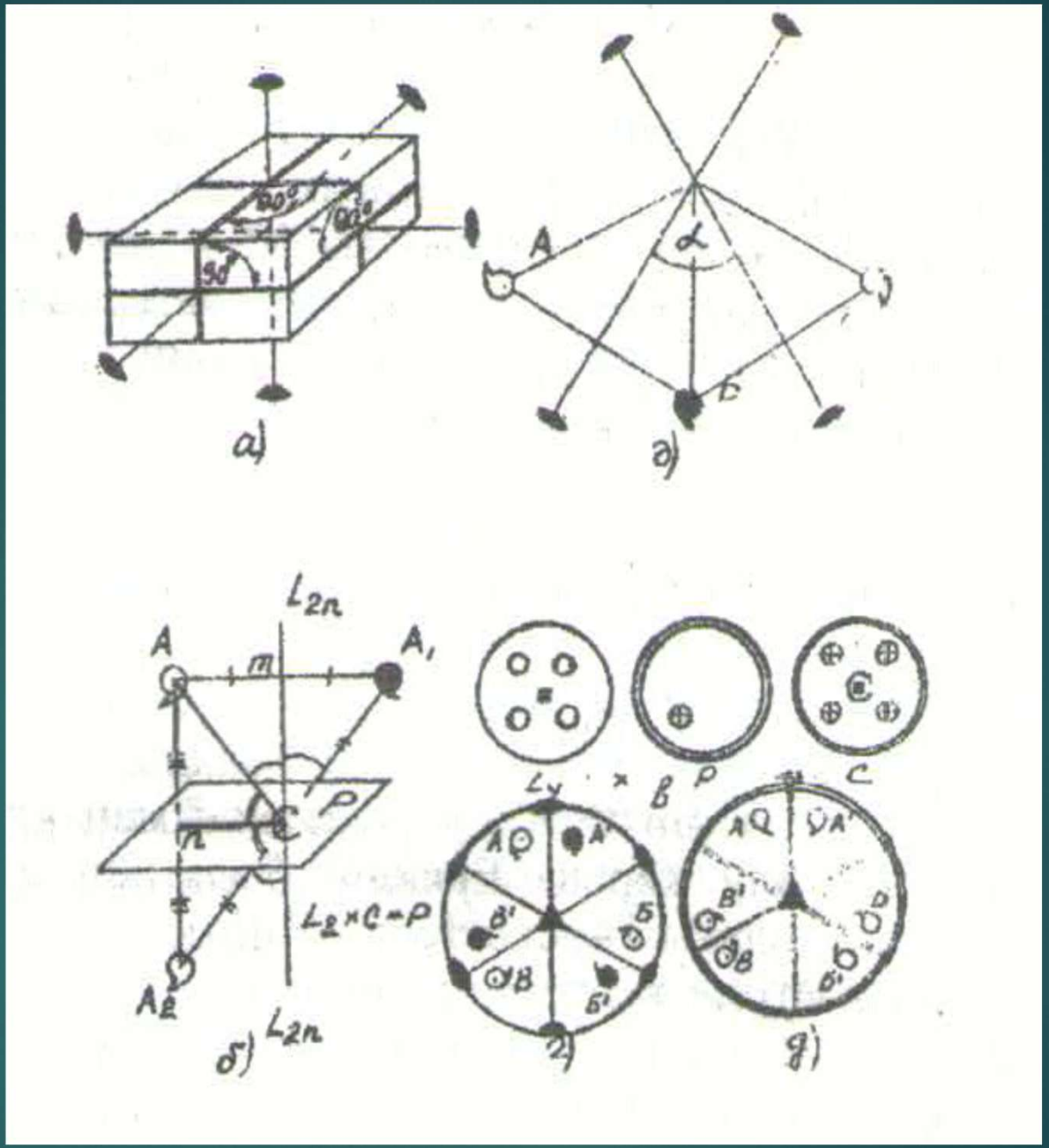
- **Бірінші теорема**

Симметриялы екі жазықтықтың қиылысу сызығы симметриялық ось болып табылады. Оның ықпалы екіжазықтықтың әрекеттесу косындысына тең. Бұл осьтіңэлементарлы бұру бұрышы жазықтықтар аралығындағы бұрыштан екі есе үлкен.

Мұны дәлелдеу үшін сіріңкенің қорабын алайық,. Онда бір біріне перпендикулярлы үш жазыктық бар. Жазыктық арасындағы бұрыштар 90°-қа тең. Ал жазықтықтар қиылысқан түзу сызықтар - екінші ретті осьтер, олардың элементарлы бұрыштары 180°-қа тең.

- **Екінші теорема**

Егер екі симметриялы осьтер қиылысатын болса, қиылысу нүктесінен міндетті түрде үшінші ось өтуге тиісті (Эйлер теоремасы). 14-суретте екі осьтің киылысу бұрышы - а. Бірінші осьтің бойымен бұрғанда фигура А қалпынан Б қалпына ауысады, сонымен қатар оның бергі беті астарына алмасады. Ал екінші осьтің бойымен бұрғанда В жағдайына келеміз, мұнда фигура ішкі жағынан бетіне оралады. Түптің түбінде бұл екі жазықтықтың қиылысу нәтижесіндей болады. Аралықтағы операциялар басқаша болғанымсн соңғы нәтижелері бірдей. Берілген екі осьтерінің қиылысу нүктесінен сурет жазықтығына перпендикулярлы бағытында үшінші осьті жүргізуге болады. Жаңа осьтің төңірегінен фигураны 2а бұрышына бұрса, ол алғашқы А позицияеынан В орнына ауысады (14ә сурет).



a)
A
α
Б
д)
$L_{2n}$
A
$A_1$
m
P
n
$L_2 \times C = P$
$A_2$
б)
$L_{2n}$
$L_y \times B$
P
C
A
A'
B'
Б
B
Б'
A
A'
B'
D
B
Б'
г)
g)

- **Үшінші теорема**
- Егер фигурада ретті жұп мәнді осьпен қатар инверсия центрі болса, міндетті түрде бұл оське перпендикулярлы жазықтық өтуге тиіс. Бұл теореманың мынадай саны бар: жұп мәнді осьпен перпендикулярлы жазықтық қиылысқан нүктесі инверсия центрі болады (14 б, в - сурет).
- **Төртінші теорема**
- n - ретті симметриялық оське бірнеше екінші ретті осьтер перпендикулярлы болса, олардың саны n- ға тең болады. 14г-суретте проекцияның көмегімсн бұл теореманың дәлелі келтірілген.
- **Бесінші теорема**
- Реті n-ға тең симметриялық ось пен оның бойымен өтетін симметриялық жазықтықтар болса, олардың саны n-га тең болады Бұл теореманың дәлелі алдағы теореманың дәлеліне ұксас екені айқын көрінеді (14д-сурет).

# Симметрия түрлері

- Симметрия түрі деп көп қырлы кристалды затқа сай симметриялық элеметтердің толық жиынтығын айтады. Симметриялық элементтер жиынтығы 32 түрге топтасады. Көп қырлы кристалл заттарда, жоғарыда айтылғандай, ерекше бағыты болуы не болмауы мүмкін. Осыған қарай симметрия түрлерін шығару үшін екі әдіс қолданады.
- Ерекше бағыты бар симметрия түрлерін шығау жолдары.
- Кристалл заттарда бір, не бірнеше ерекше бағыттар болуы мүмкін. Мысалы алты бұрышты пирамида да бір жеке бағыт, ал сіріңке қорабында үш ерекше бағыттар болады.
- Симметрия түрлерін шығару үшін алдымен кристалдың бір арнайы бағытын алу керек. Ерекше бағытпен симметриялық элементтер арасындағы әрекеттесу нәтижесін басшылыққа алып, жаңа симметрия түрлерін шығарады.
- Арнайы алған бағытқа ерекше жекелігін бұзбай, дәйекті түрде бір-бірінен симметриялық элементтерді қосып отыру керек.

| Симметрия түрлерін шығару жолдары | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Примитивті | Централді | Планелді | Аксивиальді | Планаксиальді |
| Жеке бағытпен осьті симметриялық бірлестіреміз | Жеке бағытталған сызыққа инверсиялық | Жеке бағыттың бойымен симметриялық өтетін жазықтықтарды | Жеке бағытқа перпендикулярлы екінші ретті осьтерді жүргіземіз | Жеке бағытқа өзіне барлық орынды симметриялық элементтерді |
| Бұл жағдайда симметрия түрлері жалғыз осьтен тұрады | Үшінші теорема Егер фигурада жұп мәндіосьтен қатар инверстия центрі болса, міндетті түрде оське перпендикуляр симметрия жазықтығы өтуге тиіс | Бесінші теорема Ретті n-ға тең симметриялық осьпен қатар одан өтетін симметриялық жазықтар болса, олардың саны n-ға тең болады | Төртінші теорема Ретті n-ға тең симметриялық ось бірнеше екінші ретті осьтермен перпендикулярлы болса, олардың саны n-ға тең болады | Жеке бағытқа барлық симетрияға сай элементтер қосылады. Бұл түрлерді шығарғанда 3-5 теоремаларды қолдану қажет. |

I. Ерекше бағытпен симметриялық осьті бірлестіру керек. Бұл жағдайда ось ретіне байланысты бес симметрия түрлері қалыптасады демек: $L_1$,$L_2$.$L_3$,$L_4$,$L_6$ (1-кесте). Осы түрлер топшасы примитивті деп аталады.

2 . Арнайы алынған ерекше бағытқа инверсия центірін қосамыз. Үшінші теорема бойынша реті жұп мәніось пен қатар инверсия центрі болса, міндетті түрде бұл оське перпендикулярлы симметрия жазықтығы өтуге тиіс. Сондықтан, $L_1C$= C, $L_2PC$. $L_3C$, $L_4PC$, $L_6PC$ - келесі топша.

3. Симметриялық осьпен қиылысқан жеке бағыттың бойымеи жазықтықтар жүргізсек, олардың саны ось ретіне тең болады. Бұл тұжырым бесіншітеоремага негізделген. Сонымен, келесі топша планальды (жазықтықты) деп аталады: $L_1P$= P, $L_2P$, $L_33P$, $L_44P$, $L_66P$ .

4. Ерекше бағытқа перпенликулярлы екінші ретті ось жүргізсек, оның саны сол бағытпен байланысты негізгі осьтің ретіне сай келеді. Төртінші теоремаға негізделген тағы бір топша аксиальді (осьті) деп аталады. Оған кіретін симметрия түрлері – $L_1L_2$= $L_1$, $L_22L_2$=3$L_2$, $L_33L_2$, $L_44L_2$, $L_66L_2$.

5. Ең соңында арнайы алынған жеке бағытқа және онымен бірлескен түрлі ретті оське барлық өзіне орынды симметриялық элеметтерді қосканда планаксиальды топша болып табылады.

Бұл жерде барлық теоремаларды қолданып, жаңа бес түрін шығаруғаболады, яғни $L_2PC$, 3$L_23PC$, $L_33L_2PC$, $L_44L_25PC$, $L_66L_27PC$.

6. Ерекше бағытпен инвсрсиялық осьтерді қосканда инвсрсиялық примитивті (анайы) екітүр пайда болады $L_{i4}$≡$L_2$, $L_{i6}$=$L_3P$.

7. Ерекше бағытпен қосылған инверсиялық ось бойымен өтетін жазықтықтарды алсак, инвсрсиялық планальды топшаға жататын екі симметриялық түрлерін шығарамыз - $L_{i4}2L_22P$, $L_{i6}$(=$L_3P$)3$L_23PC$=$L_33L_24P$.

Таблица 3

Виды симметрии кристаллов с единичными направлениями

| Примитивный | Центральный | Планальный | Аксиальный | Плавиаксиальный | Инверсионно-примитивный | Инверсионно-планальный |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1<br>$L_1 = —$<br>(1) | 2<br>$L_1 C = C$<br>($\bar{1}$) | 3<br>$L_1 P = P$<br>($m$) | 4<br>$L_1 L_2 = L_2$<br>(2) | 5<br>$L_1 L_2 PC = L_2 PC$<br>($2/m$) | | |
| [$L_2$]<br>см. 4 | [$L_2 C П$]<br>см. 5 | 6<br>$L_2 2P$<br>($mm2$) | 7<br>$L_2 2 L_2 = 3 L_2$<br>(222) | 8<br>$L_2 2 L_2 2 P П C = 3 L_2 3 PC$<br>($mmm$) | | |
| 9<br>$L_3$<br>(3) | 10<br>$L_3 C$ ($L_{i_3}$)<br>($\bar{3}$) | 11<br>$L_3 3P$<br>($3m$) | 12<br>$L_3 3 L_2$<br>(32) | 13<br>$L_3 3 L_2 3 PC$<br>($\bar{3}m$) | | |
| 14<br>$L_4$<br>(4) | 15<br>$L_4 C П$<br>($4/m$) | 16<br>$L_4 4P$<br>($4mm$) | 17<br>$L_4 4 L_2$<br>($422$) | 18<br>$L_4 4 L_2 4 P П C = L_4 4 L_2 5 PC$<br>($4/mmm$) | 19<br>$L_{i_4}$ ($\rightleftarrows L_2$)<br>($\bar{4}$) | 20<br>$L_{i_4}$ ($\rightleftarrows L_2$) $2 L_2 2P$<br>($\bar{4}2m$) |
| 21<br>$L_6$<br>(6) | 22<br>$L_6 C П$<br>($6/m$) | 23<br>$L_6 6P$<br>($6/mm$) | 24<br>$L_6 6 L_2$<br>($622$) | 25<br>$L_6 6 L_2 6 P П C = L_6 6 L_2 7 PC$<br>($6/mmm$) | 26<br>$L_{i_6}$ ($= L_3 П$)<br>($\bar{6}$) | 27<br>$L_{i_6}$ ($= L_3 П$) $3 L_2 3P$<br>($\bar{6}2m$) |

# Ерекше бағыты жоқ симметрия түрлерін шығару жолдары

- Көп қырлы кристаллы заттарда ерекше бағыт болмайды. Олардың симметрия түрлері басқа жолмен анықталады. Куб сингонияның негізгі элементтері балып **$4L_3 3L_2$**табылады, сол қалпында ал примитивті түрін құрайды. Келесі түрі центральды- **$4L_3 3L_2 3PC$.** Инверсия центрі болғандықтан үш жұп оське ($L_2$) 3Р косылады. Планальды түрге келесі симметриялық элементтер кіреді - **$4L_3 3L_2 6P$.** Оларды шығару үшін төрт үшінші ретті осьтің бойынан жазықтықтар жүргіземіз олардың саны 12 болып шығады. Сонымен бірге әрбір Р екі $L_3$-ден өтеді, сондықтан жалпы жазықтық саны алтыға тең болып шығады. Кубты сингогнияның басқа түрлері де жоғарыда келтірілген теоремелар арқылы шығаруға болады. Басшылыққа $4L_3 3L_2$ алынады.
- Табиғатта кездесетін, не лаборатория жагдайында алынған барлық кристалды заттардың симмстриясы осы шығарылған 32 түрмен шектеледі. Математикалық теорияға негізделген бұл жүйе ешқандай баска өзгеріске бағынбайды.

**Бақылау сұрақтары:**

- Симметрия элементтерінің 32 түрін сипаттаңыз.
- Кристалдардағы жеке бағыт, симметриялық-тең бағыт ұғымын түсіндіріңіз.
- Симметрия элементтерінің байланысу теоремаларын пайдаланып, симметрия түрлерін шығарыңыз.
- Ерекше бағыты бар симметрия түрлерін шығару жолдарын талқылаңыз.
- Ерекше бағыты жоқ симметрия түрлерін шығару жолдарын түсіндіріңіз.

**Әдебиеттер:**


1. Абдулкаримова Р.Г., Кудьярова Ж.Б. Кристаллохимия. - Алматы, 2015.

2. Абланов Б.Ф. Кристаллография және минералогия. – КазНТУ. - Алматы, 2002.

3. Егоров-Тисменко Ю.К. Кристаллография и кристаллохимия. – МГУ, 2010.

4. Картонова, Л. В. Основы кристаллографии: у чеб. Пособие Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир, 2015.