Лекция № 2. Математическое и имитационное моделирование

Цель лекции

Сформировать у обучающихся теоретические знания об основных принципах математического и имитационного моделирования, изучить этапы построения математических моделей, методы проверки их адекватности, особенности применения имитационных моделей, их классификацию, преимущества и недостатки, а также сформировать представление о роли компьютерного моделирования при исследовании сложных систем.

План лекции

1. Понятие математического моделирования и математической модели.
2. Основные этапы математического моделирования.
3. Понятие и особенности имитационного моделирования.
4. Области применения, преимущества и недостатки имитационных моделей.
5. Классификация имитационных моделей.
6. События, работы, процессы и транзакты в имитационном моделировании.
7. Автоматические и диалоговые имитационные модели.
8. Способы изменения модельного времени.
9. Виды экспериментов при имитационном моделировании.
10. Компьютерные модели и их роль в исследовании сложных систем.

Ожидаемые результаты обучения

После изучения лекции обучающиеся должны:

- знать основные понятия математического и имитационного моделирования;
- понимать последовательность разработки математических моделей и методы проверки их адекватности;
- различать аналитические и имитационные подходы к исследованию систем;
- знать классификацию имитационных моделей и области их применения;
- объяснять понятия события, работы, процесса и транзакта;
- различать способы управления модельным временем;
- выбирать соответствующий вид имитационного эксперимента в зависимости от поставленной задачи;
- понимать назначение компьютерных моделей при анализе, прогнозировании и оптимизации работы сложных систем.

1. Понятие математического моделирования и математической модели

Математическое моделирование является одним из основных методов исследования сложных объектов, процессов и систем. Оно позволяет изучать закономерности функционирования реальных объектов посредством их математического описания.

Математическое моделирование – это процесс исследования свойств объекта с помощью математической модели, направленный на определение оптимальных условий протекания процессов, управление ими и использование результатов исследования применительно к реальному объекту.

Математическая модель – приближенное описание объекта, явления или процесса, выраженное с помощью математических символов, формул, уравнений и зависимостей.

Математическая модель отражает наиболее существенные характеристики исследуемой системы и взаимосвязи между ее элементами.

Математическое описание может быть представлено в виде алгебраических, дифференциальных, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.

При построении математической модели необходимо определить основные параметры объекта, установить связи между ними и выбрать математические зависимости, позволяющие описать поведение исследуемой системы.

Основной целью математического моделирования является получение количественных характеристик процессов, прогнозирование поведения системы и определение условий ее наиболее эффективного функционирования.

2. Основные этапы математического моделирования

Процесс математического моделирования включает три взаимосвязанных этапа:

Первый этап – составление математического описания объекта.

На данном этапе выделяются основные элементы исследуемой системы, определяются наиболее существенные процессы и устанавливаются взаимосвязи между ними.

Для каждого элемента составляются математические уравнения, описывающие его функционирование. Затем формируется общая система уравнений, отражающая взаимосвязи между отдельными частями объекта.

Второй этап – выбор метода решения и разработка моделирующей программы.

После построения математического описания выбирается метод решения полученной системы уравнений.

Основными критериями выбора метода являются точность вычислений, скорость получения результатов и возможность реализации метода на вычислительной технике.

Выбранный математический метод реализуется в форме алгоритма, а затем программы, предназначенной для выполнения расчетов на компьютере.

Третий этап – проверка адекватности математической модели.

Адекватность модели характеризует степень соответствия результатов моделирования поведению реального объекта.

Для проверки адекватности необходимо сравнить результаты математических расчетов с экспериментальными данными, полученными при исследовании оригинала в аналогичных условиях.

Если результаты моделирования существенно отличаются от реальных измерений, необходимо уточнить математическое описание, параметры или принятые допущения.

Таким образом, проверка адекватности позволяет определить, насколько разработанная модель пригодна для решения поставленной задачи.

3. Понятие и особенности имитационного моделирования

Имитационное моделирование применяется для исследования сложных систем, функционирование которых невозможно или затруднительно описать исключительно аналитическими методами.

Имитационная модель – формальное описание логики функционирования исследуемой системы и взаимодействия ее отдельных элементов во времени, учитывающее основные причинно-следственные связи и позволяющее проводить статистические эксперименты.

Основная особенность имитационного моделирования заключается в воспроизведении поведения системы при различных условиях ее функционирования.

Имитационные модели позволяют учитывать дискретные и непрерывные элементы, нелинейные характеристики, случайные воздействия и другие факторы, усложняющие аналитическое исследование.

Важное преимущество имитационного подхода состоит в возможности исследования систем, для которых получение точного аналитического решения является практически невозможным.

Имитационное моделирование особенно эффективно при исследовании больших и сложных систем, состоящих из множества взаимодействующих элементов.

4. Области применения, преимущества и недостатки имитационных моделей

Имитационное моделирование может использоваться в различных областях науки, техники, экономики, управления и образования.

Основными ситуациями, в которых целесообразно применять имитационные модели, являются:

• исследование систем, структура и закономерности функционирования которых еще недостаточно изучены;

• анализ процессов, не имеющих удобного аналитического описания;

• наблюдение за поведением системы в течение определенного периода времени;

• изучение функционирования системы в новых условиях;

• исследование взаимодействия элементов сложной системы;

• оценка последствий введения новых элементов в существующую систему;

• подготовка специалистов и освоение новой техники с использованием тренажеров.

Особую эффективность имитационное моделирование демонстрирует при исследовании систем, на которые существенное влияние оказывают случайные факторы.

Преимущества имитационного моделирования заключаются в возможности исследования сложных систем, учета многочисленных факторов, проведения повторных экспериментов и анализа различных вариантов функционирования объекта.

Однако имитационные модели обладают определенными недостатками.

Разработка сложной имитационной модели может требовать значительных временных и трудовых затрат. Кроме того, структура модели и выбранные допущения зависят от представлений разработчика о функционировании исследуемой системы.

Существенной проблемой является проверка адекватности имитационной модели, особенно если моделируемый объект находится на стадии проектирования и еще не существует в реальности.

Результаты отдельных имитационных экспериментов отражают поведение системы только при заданных условиях. Поэтому для получения обоснованных выводов необходимо проведение серии экспериментов и статистическая обработка полученных данных.

5. Классификация имитационных моделей

Имитационные модели классифицируются по нескольким основным признакам.

Признак классификации	**Виды моделей**
По способу описания динамики системы	На основе событий, работ, процессов, транзактов
По способу взаимодействия с пользователем	Автоматические, диалоговые
По способу изменения модельного времени	С постоянным шагом, по особым состояниям
По цели эксперимента	Оценка влияния факторов, исследование взаимосвязей факторов, экстремальный эксперимент

Выбор конкретного вида имитационной модели определяется особенностями исследуемой системы и задачами моделирования.

При исследовании логики функционирования системы целесообразно использовать модели на основе событий. Если необходимо учитывать временные характеристики операций и распределение ресурсов, применяются модели на основе работ и процессов.

Для анализа систем обслуживания и обработки заявок могут использоваться модели на основе транзактов.

Классификация моделей позволяет выбрать наиболее подходящий способ представления исследуемой системы и организации вычислительного эксперимента.

6. События, работы, процессы и транзакты в имитационном моделировании

Одними из основных понятий имитационного моделирования являются событие, работа, процесс и транзакт.

Событие – мгновенное изменение состояния отдельного элемента системы или системы в целом.

Событие характеризуется условиями возникновения, типом и нулевой длительностью.

В имитационном моделировании выделяют события следования, управляющие запуском процессов или отдельных работ, и события изменения состояния системы.

Работа (активность) – единичное действие системы, направленное на обработку или преобразование входных данных.

Работа характеризуется временем выполнения и объемом потребляемых ресурсов.

Модели на основе работ применяются для исследования производительности, надежности и эффективности распределения ресурсов.

Процесс – логически связанная последовательность работ, направленная на выполнение определенной функции системы.

Процесс может характеризоваться длительностью, результатом, используемыми ресурсами, условиями запуска и завершения.

К динамическим характеристикам процесса относится его текущее состояние, например выполнение или ожидание.

Моделирование на основе процессов используется при исследовании систем, в которых важную роль играют временные показатели и распределение ресурсов.

Транзакт – сообщение или заявка на обслуживание, поступающая на вход системы и подлежащая обработке.

Каждый транзакт характеризуется определенным алгоритмом обработки и необходимыми для его выполнения ресурсами.

Модели на основе транзактов применяются при исследовании автоматизированных систем управления, вычислительных сетей и систем обслуживания.

Прохождение транзакта через систему может быть представлено последовательной активизацией различных процессов, обеспечивающих его обработку.

7. Автоматические и диалоговые имитационные модели

По способу взаимодействия пользователя с моделью выделяют автоматические и диалоговые имитационные модели.

Автоматические имитационные модели – модели, взаимодействие с которыми ограничивается вводом исходных данных, запуском и завершением моделирования.

После запуска вычислительный эксперимент выполняется автоматически в соответствии с заданным алгоритмом.

Диалоговые имитационные модели – модели, позволяющие исследователю активно управлять процессом моделирования.

В ходе эксперимента пользователь может приостанавливать моделирование, изменять значения параметров, корректировать перечень регистрируемых данных и управлять отдельными этапами исследования.

Диалоговый режим обеспечивает возможность оперативного изучения поведения системы при изменении условий ее функционирования.

Выбор способа взаимодействия зависит от особенностей исследуемой системы и требований к организации эксперимента.

8. Способы изменения модельного времени

Модельное время является важным элементом имитационного моделирования, поскольку позволяет воспроизводить последовательность изменений состояния системы.

По способу изменения модельного времени выделяют два основных подхода.

Моделирование с постоянным шагом предполагает последовательное изменение модельного времени на фиксированный интервал.

Состояние системы анализируется через равные промежутки времени, что позволяет исследовать динамику процессов.

Моделирование по особым состояниям предполагает изменение модельного времени в соответствии с моментами наступления значимых событий или состояний системы.

Такой подход позволяет сосредоточить вычисления на моментах, существенно влияющих на функционирование модели.

Выбор способа изменения времени зависит от структуры системы, характера происходящих процессов и требуемой точности исследования.

9. Виды экспериментов при имитационном моделировании

Имитационный эксперимент представляет собой исследование поведения модели при определенных условиях функционирования системы.

В зависимости от целей исследования выделяют три основных вида экспериментов.

Первый вид – исследование влияния факторов на выходные характеристики системы.

Целью является определение степени воздействия различных параметров на результаты функционирования системы.

Второй вид – исследование зависимостей между факторами и выходными характеристиками.

Данный вид эксперимента направлен на установление аналитических зависимостей между параметрами системы и результатами ее работы.

Третий вид – экстремальный эксперимент.

Основной целью является поиск оптимальных значений параметров системы, обеспечивающих достижение наилучших результатов.

Имитационные эксперименты позволяют оценивать влияние факторов, прогнозировать поведение системы и определять наиболее эффективные условия ее функционирования.

10. Компьютерные модели и их роль в исследовании сложных систем

Компьютерное моделирование является важным инструментом исследования сложных технических, экономических и информационных систем.

Компьютерная модель – программная реализация математической модели, дополненная средствами вычисления, управления экспериментом и обработки результатов.

Компьютерная модель включает программную и аппаратную составляющие.

Программная составляющая представляет собой математическое описание и алгоритмы, реализованные в виде компьютерных программ.

Аппаратная составляющая обеспечивает выполнение вычислительных операций и взаимодействие модели с вычислительной техникой.

Компьютерные модели позволяют проводить исследования объектов, которые еще не существуют в реальности, а также систем, непосредственное экспериментальное изучение которых связано с высокими затратами или рисками.

Модели могут использоваться как средства осмысления, прогнозирования и оптимизации. Они помогают выявлять взаимосвязи между параметрами, исследовать критические режимы функционирования и определять оптимальные условия работы системы.

Кроме того, компьютерные модели применяются в тренажерах, виртуальных лабораториях и испытательных стендах, где могут частично или полностью заменять реальные объекты.

Таким образом, компьютерное моделирование объединяет математические методы, программные средства и вычислительные технологии для исследования сложных процессов и систем.

Заключение

Математическое и имитационное моделирование являются важными методами исследования сложных систем. Математическое моделирование позволяет описывать объекты и процессы с помощью математических зависимостей, тогда как имитационное моделирование обеспечивает воспроизведение поведения системы с учетом временных характеристик, взаимодействия элементов и случайных воздействий.

Эффективность применения данных методов определяется правильностью постановки задачи, выбором подходящего типа модели, обоснованностью принятых допущений и проверкой адекватности результатов моделирования.

Знание основных принципов математического и имитационного моделирования создает теоретическую основу для дальнейшего изучения компьютерного моделирования, анализа и оптимизации сложных систем.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под математическим моделированием?
2. Дайте определение математической модели.
3. Каковы основные цели математического моделирования?
4. Перечислите основные этапы построения математической модели.
5. Какие математические уравнения используются для описания моделируемых процессов?
6. Что понимается под адекватностью математической модели?
7. Каким образом осуществляется проверка адекватности модели?
8. Что такое имитационное моделирование?
9. В чем заключается отличие имитационного моделирования от аналитического исследования?
10. Назовите основные области применения имитационных моделей.
11. Какие преимущества имеет имитационное моделирование?
12. Перечислите основные недостатки имитационных моделей.
13. По каким признакам классифицируются имитационные модели?
14. Что понимается под событием в имитационном моделировании?
15. Чем отличаются события следования от событий изменения состояния?
16. Что такое работа (активность) и какими характеристиками она обладает?
17. Дайте определение процесса и назовите его основные характеристики.
18. Что понимается под транзактом в имитационном моделировании?
19. В чем отличие автоматических имитационных моделей от диалоговых?
20. Какие существуют способы изменения модельного времени?
21. Чем моделирование с постоянным шагом отличается от моделирования по особым состояниям?
22. Какие виды имитационных экспериментов существуют?
23. В чем заключается цель экстремального эксперимента?
24. Что такое компьютерная модель и из каких составляющих она состоит?
25. Какую роль компьютерные модели играют в исследовании и оптимизации сложных систем?

Список литературы

1. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем: учебник для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2001. – 342 с.
2. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
3. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / пер. с англ. – М.: Мир, 1978.