Лекция 5

Моделирование случайных факторов

Автор Джомартова Ш.А.

Случайные факторы

- Случайные числа
- Случайное событие
- Случайная величина

$a_i = (A \cdot a_{i-1} + C) \bmod \cdot M$

Случайные числа

- «Истинно» случайные числа формируются с помощью аналого-цифровых преобразователей
- Псевдослучайные числа, генерируются аппаратно или программно на ЭВМ

$$a_i = (A \cdot a_{i-1} + C) \bmod \cdot M$$

Требования к генератору

- равномерность;
- стохастичность (случайность);
- независимость.

Проверка стохастичности

- метод проверки – метод комбинаций.
- Выбирают достаточно большую последовательность случайных чисел *xi* и для нее определяют вероятность появления в каждом из *xi* ровно *j*.
- Теоретически закон появления *j* единиц в *l* разрядах двоичного числа может быть описан как биноминальный закон распределения

$$n_j = N \cdot C_i^j \cdot p^l \quad (1)$$

- Проверка соответствия реального значения теоретическому выполняется с помощью одного из статистических критериев согласия.

Проверка независимости

- Для независимых случайных величин корреляционный момент равен нулю.
- 1. Вводят в рассмотрение дополнительную последовательность *Y*, в которой

$$y_i = x_{i+t}$$

где *t* – величина сдвига последовательности *Y* относительно исходной последовательности *X*.

- 2. Вычисляют коэффициент корреляции случайных величин *X* и *Y*.

На основе работ

- Работа (активность) – это единичное действие системы по обработке (преобразованию) входных данных.
- Каждая из работ характеризуется временем выполнения и потребляемыми ресурсами.
- Соответственно с помощью моделей, описанных в терминах работ, могут решаться задачи по оценке качества распределения ресурсов системы, ее производительности, надежности и т. д.

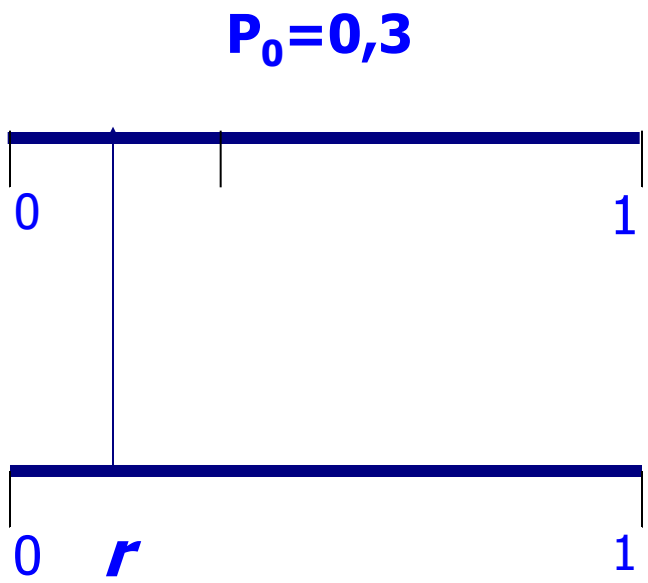
На основе процессов

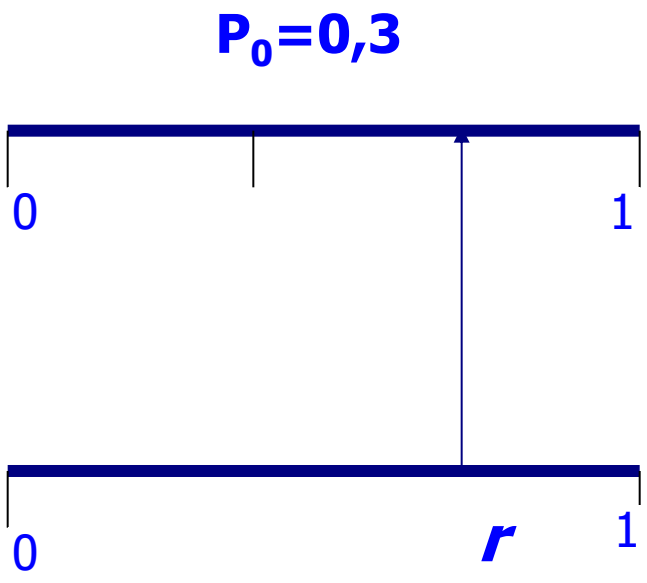
- Под процессом понимают логически связанный набор работ.
- Любой процесс характеризуется совокупностью статических и динамических характеристик.
- К статическим характеристикам процесса относятся: длительность; результат; потребляемые ресурсы; условия запуска (активизации); условия останова (прерывания).
- Динамической характеристикой процесса является его состояние (активен или находится в состоянии ожидания).
- Моделирование в терминах процессов производится в тех же случаях, что и в терминах работ.

Моделирование случайных событий

Для моделирования случайного события A, вероятность которого равна P_A, достаточно сформировать одно число r, равномерно распределенное на интервале [0, 1]. При попадании r в интервал [0, P_A] считают, что событие A наступило, в противном случае не наступило.

Пример





Для моделирования полной группы N несовместных событий $A = \{A_1, A_2, ..., A_N\}$ с вероятностями $P_1, P_2, ..., P_N$ соответственно также достаточно одного значения *r*: событие A_i из группы *A* считается наступившим, если выполняется условие:

$$A = A_i \Big| \sum_{i=0}^{n-1} P_i < r < \sum_{i=0}^{n} P_i$$

Моделирование случайных величин

- Дискретные случайные величины
- Непрерывные случайные величины

Дискретные случайные величины

- метод последовательных сравнений
- метод интерпретации

Метод последовательных сравнений

Число r последовательно сравнивают со значением суммы $P_1 + P_2 + \ldots$

где P_1 вероятность наименьшего значения случайной величины Y, P_2 – вероятность второго величине значения. При первом выполнении следующего условия

$$r > \sum_{i=1}^{n} P_i$$

проверка прекращается и дискретная случайная величина Y считается принявшей значение y_i

Метод интерпретации

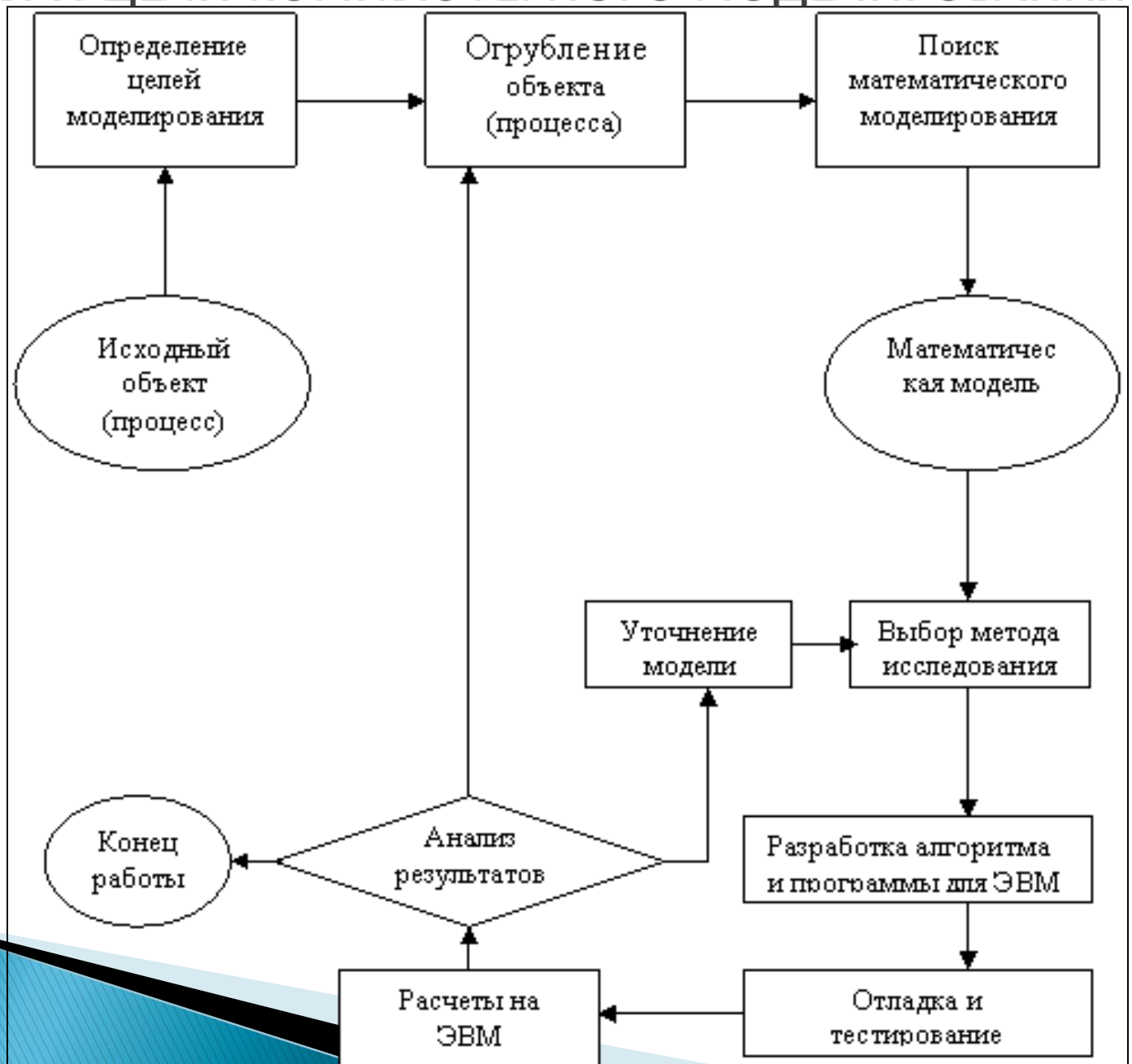
- Метод основан на физической трактовке моделируемого закона распределения.
- Например, биномиальное распределение описывает число успехов в n независимых испытаниях с вероятностью успеха в каждом испытании P и вероятностью неудачи $g=1-P$. При моделировании этого распределения с помощью метода интерпретации выбирают n независимых случайных чисел, равномерно распределенных на интервале [0,1], и подсчитывают количество тех из них, которые меньше P. Это число и является моделируемой случайной величиной.

Непрерывные случайные величины

- метод нелинейных преобразований;
- метод композиций;
- табличный метод.

Метод Монте-Карло

ЭТАПЫ И ЦЕЛИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ



Определение целей моделирования

- ***Понимание*** Модель в этой ситуации нужна для того, чтобы понять, как устроен конкретный объект, какова его структура, основные свойства, законы развития и взаимодействия с окружающим миром.
- ***Управление*** Модель нужна для того, чтобы научиться управлять объектом (или процессом) и определить наилучшие способы управления при заданных целях и критериях;
- ***Прогнозирование*** Модель используется для того, чтобы прогнозировать прямые и косвенные последствия воздействия на объект заданными способами.

Огрубление объекта (процесса)

Отбрасывание менее значимых факторов огрубляет объект моделирования и способствует пониманию его главных свойств и закономерностей.

Умело ранжированная модель должна быть адекватна исходному объекту или процессу в отношении целей моделирования.

Обычно определить, адекватна ли модель можно только в процессе экспериментов с ней, анализа результатов первоначального моделирования.

Поиск математического описания

модель предстает перед нами в виде уравнения, системы уравнений, системы неравенств, дифференциального уравнения или системы таких уравнений и т.д.

Выбор метода исследования

- Как правило, для решения одной и той же задачи есть несколько конкретных методов, различающихся эффективностью, устойчивостью и т.д. От верного выбора метода часто зависит успех всего процесса.

- Разработка алгоритма и составление программы
- Отладка и тестирование
- Расчеты на ЭВМ
- Анализ результатов
- Уточнение модели

Спасибо за внимание