Лекция 8 Теория прогнозирования.

Цель лекции

Сформировать у обучающихся теоретические знания об основных понятиях, принципах и методах прогнозирования, изучить особенности прогнозирования как информационного процесса, его взаимосвязь с планированием и математическим моделированием. Ознакомить с классификацией объектов и методов прогнозирования, этапами разработки прогностических моделей, методами анализа временных рядов, сглаживания, выравнивания и экстраполяции данных. Развить навыки выбора математических функций для описания тенденций развития процессов и применения статистических методов для построения и оценки прогнозов.

План лекции

1. Понятие прогнозирования и его взаимосвязь с планированием.
2. Глубина ретроспекции и глубина планирования.
3. Основные понятия теории прогнозирования: прогноз, прогнозирование, прогностика, предсказание и предвидение.
4. Задачи и основные принципы прогнозирования.
5. Анализ объекта прогнозирования и этапы разработки прогноза.
6. Методологические принципы исследования объектов прогнозирования.
7. Классификация объектов прогнозирования по природе, масштабу и сложности.
8. Классификация методов прогнозирования: фактографические, экспертные и комбинированные методы.
9. Экстраполяционные методы прогнозирования и понятие тренда.
10. Предварительная обработка временных рядов: сглаживание и выравнивание.
11. Выбор математической функции для описания тенденций развития процесса.
12. Методы определения параметров прогнозных моделей.
13. Метод средних и метод наименьших квадратов.
14. Применение полиномиальной интерполяции и экстраполяции при прогнозировании.

Планирование является информационным процессом. Особенность этого процесса – наличие временного сдвига информации выхода по отношению к информации входа. Входным является поток информации о прошлом (ретроспективная). Выходным является поток информации о будущем (перспективная)

Опр. **Глубина ретроспекции** – промежуток времени функционирования объекта в прошлом, по которому имеется необходимая и достаточная информация.

Опр. **Глубина планирования** – промежуток времени в будущем, на который разрабатывается план.

В зависимости от глубины планирования различают четыре этапа планирования:

1) оперативно-календарное (от 1 часа до 1 месяца);
2) текущее технико-экономическое (до 1 года);
3) перспективное и долгосрочное (до 15 лет);
4) прогнозирование

Первые три этапа составляют стадию разработки плана. С прогнозированием они имею общую сферу применения и одинаковый информационный поток. Принципиальное различие в том, что выходная информация в случае: план – директива; прогноз – ориентация.

Основные понятия теории прогнозирования

Опр. **Прогноз** – это вероятностное суждение о состоянии объекта (процесса) в определенный момент времени в будущем или (и) альтернативных путях достижения цели.

Опр. **Прогнозирование** – это процесс формирования прогнозов развития объекта на основе анализа его развития.

Опр. **Прогностика** – наука, изучающая закономерности процесса прогнозирования.

Опр. **Предсказание** – достоверное, обоснованное на логической последовательности суждений о состоянии объекта в будущем.

Опр. **Предвидение** – опережающее отражение действительности, основанное на познании законов развития объекта. Следовательно, прогнозирование – «вероятно будет», предсказание - «будет», планирование – «должно быть».

Задачи и принципы прогнозирования

Задачи прогнозирования и планирования схожи:

1) установление цели развития;
2) отыскание путей развития;
3) определение ресурсов для достижения цели.

Различие заключается в том, что: при планирование цель – дерективная; пути – детерминированные; ресурсы – ограниченные. При прогнозировании цель – теоретически достижимая; пути – возможные; ресурсы – вероятные.

План в итоге имеет одно (оптимальное) решение, а прогноз имеет веер альтернативных решений.

Принципов прогнозирования много.

A) системность, т.е. с возрастанием сложности информационных процессов необходим системный подход и к планированию и к прогнозированию;

B) непрерывность и обратная связь, т.е. уточнение прогноза во времени;

C) объективизм, т.е. научная обоснованность.

Анализ объекта прогнозирования

Опр. **Целью анализа объекта** прогнозирования является разработка прогностической модели объекта, позволяющая посредством эксперимента получать прогнозную информацию об объекте.

Этапы прогнозирования:

1) **ретроспекция** – предпрогнозные исследования, для определения цели и задачи прогнозирования и формулирования задания на прогноз;
2) **диагноз** – разработка прогностической модели и выбор адекватного метода прогнозирования;
3) **проспекция** – выявление недостающей информации, уничтожение и внесение корректировки в модель.

Теоретический аппарат в основе анализа объекта прогнозирования.

1) Теория систем и системный анализ. Наличие большого числа взаимосвязанных переменных, описывающих современные объекты и процессы их развития заставляют исследователя приводить их описание к системному виду.
2) Теория моделирования и подобия. Она используется при анализе объекта в процессе построения ее формальной модели.
3) Теория распознавания образов решает проблемы выбора ведущих переменных в описании объекта, классификации состояний объекта и т.д.
4) Теория вероятностей и математическая статистика.

Методологические принципы:

1) **Принцип системности анализа** – рассмотрение объекта как системы взаимосвязанных характеристик объекта и прогностического фона с позиций целей и задач прогнозного исследования.
2) **Принцип природной специфичности** – учет специфики природы объекта, чтобы не получить абсурд.
3) **Принцип оптимизации** описания требует такого, описание объекта в результате анализа которое обеспечило бы заданную достоверность и точность прогноза при минимальных затратах.
4) **Принцип аналогичности** – постоянно сопоставлять свойства объекта с известными схожими объектами с целью отыскания объекта аналога.

Классификация объектов прогнозирования.
В качестве квалификационных признаков примем
1) природа объекта прогнозирования.
- научно-технические (развитие исследований, развитие техники, изобретения, открытия, новые технологии);
- технико-экономические (развитие производства, системы управления);
- социально-экономические (демография, трудовые ресурсы, образование, национальный доход, спрос);
- военно-политические (международные отношения, стратегия);
- естественно-природные (погода, землетрясения, ураганы и т.д.)
2) масштабность объекта
- сублокальные с числом значащих переменных от 1 до 3 (численность населения страны);
- локальные с числом значащих переменных от 4 до 14 (прогнозируемый участок, од болезни);
- субглобальные с числом значащих переменных от 15 до 35 (цех, сеть авиалиний);
- глобальные с числом значащих переменных от 36 до 100 (предприятие, транспортная сеть региона);
- суперглобальные с числом значащих переменных свыше 100 (отрасль, транспортная сеть страны).
3) сложность объекта прогнозирования
- сверхпростые нет взаимосвязи переменных;
- простые существуют парные взаимосвязи переменных;
- сложные взаимосвязь нескольких переменных;
- сверхсложные взаимосвязь всех переменных.

Классификация методов прогнозирования
Фактографические – базируются на фактически имеющемся информационном материале об объекте прогнозирования и его прошлом развитии.
Экспертные – базируются на информации, которую поставляют специалисты-эксперты в процессе выявления и обобщения их мнения.
Комбинированные – базируются на смешанной информации, где в качестве первичной информации используются фактографические и экспертные.
Статистические – объединяются по методу обработки количества информации, чтобы выявить математические закономерности развития.
Методы аналогий – выявляют сходство в закономерностях развития процессов.
Опережающие строятся на принципах специальной обработки НТ информации и реализовывают их свойство опережать развитие НТП.
Прямые экспертные оценки строятся по принципу получения и обработки независимого мнения коллектива экспертов при отсутствии взаимовоздействия.
Экспертные оценки с обратной связью – воздействия на оценку экспертов мнением, получаемым ранее от этой группы.

Экстраполяционные методы прогнозирования

Самые распространенные и наиболее разработанные. В основе их лежит предположение, что процесс можно описать как сочетание двух составляющих регулярной и случайной

$$y(x) = f(\bar{a}, x) + \eta(x)$$

где $f(\bar{a}, x)$ – гладкая функция, называется трендом, уровнем тенденции.

Т.е. это интуитивное представление о какой-то очищенной от помех сущности.

Почему интуитивное ? Потому что для большинства экономических, технических, природных процессов нельзя однозначно отделить тренд от случайной величины. Все зависит от цели и с какой точностью необходимо отделение. Случайная составляющая $\eta(x)$ необходима для дальнейшего определения точностных характеристик прогноза.

Особенность экстраполяции – это предварительная обработка исходной информации. Делается это для снижения влияния случайной величины и для представления информации, так чтобы снизить трудность математического описания тренда. Для этих целей служат процедуры сглаживания и выравнивания. Т.е. необходимо минимизировать случайные отклонения точек ряда от гладкой кривой предполагаемого тренда процесса.

Наиболее распространенной формой сглаживания является линейное, т.е. с использованием многочлена первой степени.

Для сглаживания по трем точкам:

$$\ddot{\tilde{y}}_0 = \frac{1}{3}(y_{-1} + y_0 + y_{+1})$$

$$\tilde{y}_{-1} = \frac{1}{6}(5y_{-1} + 2y_0 - y_{+1})$$

$$\tilde{y}_{+1} = \frac{1}{6}(-y_{-1} + 2y_0 + 5y_{+1})$$

где $y_0, \tilde{y}_0$ – исходная и сглаживающая функции в средней точке.

$y_{-1}, \tilde{y}_{-1}$ - исходная и сглаживающая функции в левой точке

$y_{+1}, \tilde{y}_{+1}$ - исходная и сглаживающая функции в правой точке.

В общем виде формула сглаживания для средней точки группы из $m = 2p + 1$ точек, может быть записана так

$$\tilde{y}_j = \frac{1}{m}\sum_{i=j-p}^{j+p} y_i$$

Если точек много, то можно привести к рекуррентной формуле

$$\tilde{y}_j = \tilde{y}_{j-1}\frac{y_{j+p} - y_{j-(p+1)}}{2p+1}$$

Для рядов со значительной амплитудой помехи имеется возможность проводить многократное сглаживание исходного числового ряда. Но эффективность этой процедуры быстро уменьшается, поэтому целесообразно повторять ее от 1 до 3 раз.

Критерием нецелесообразности может служить

$$\max|\tilde{y}_i - y_i| \le \varepsilon$$

где $\varepsilon \ge 0$, выбираемая из соображений точности представляемых данных и точности последующих алгоритмов. Это линейное сглаживание, оно является достаточно грубой процедурой. По нему можно получить приблизительный вид тренда.

Для более точного определения формы тренда можно применять нелинейно сглаживания. Для этого выбирается кривая 2-го или 3-го порядка, ее ордината соответствующая центру интервала сглаживания принимается за сглаженное значение уровня. Например

$$m = 5, \tilde{y}_j = \frac{1}{35}(-3y_{j-2} + 12y_{j-1} + 17y_j + 12y_{j+1} - 3y_{j+2}$$

Такие формулы рассчитаны для 7,9,11,21 точек

Для большого *m* расчет вести нет необходимости, т.к это случается очень редко, и еще по краям ряда остается значительное число неудовлетворительно сглаженных точек, а для прогнозной экстраполяции конец числового ряда имеет наиболее важное значение.

Таким образом, сглаживание это первичная обработка числового ряда для исключения случайных колебаний и выявления тренда. Выравнивание необходимо для более удобного представления ряда, оставляя прежними его значения

$$y = f(\bar{a}, x) \Rightarrow Y = A + BX$$

Наиболее общие приемы выравнивания это логарифмирование и замена переменных

$$y = ax^b \Rightarrow \lg y = \lg a + b \lg x$$

$$y + \frac{1}{a + bx} \Rightarrow \frac{1}{y} = a + bx$$

Для окончательного выбора вида функции необходимо исследовать логику протекания процесса в целом.

Основные вопросы, на которые надо ответить:

1) Является ли исследуемый показатель в целом величиной монотонно возрастающей, монотонно убывающей, стабильной, периодической. Например, непрерывно возрастают скорости транспортных средств, скорости обработки информации, мощности энергетических установок и т.д. Или монотонно убывают: уменьшение детской смертности, уменьшение габаритов и веса установок. Экстремумы выявляются при рассмотрении графика в точках пересечения с осью абцисс. Наличие экстремума в прошлом приводит к вопросам и их причинах и о возможности в будущем. Периодическим характером отличаются процессы экономического развития.
2) Ограничен ли сверху (снизу) исследуемый показатель каким-либо пределом. В области прогнозирования следующие виды предела:

- абсолютный предел – это пределы безусловные, область действия которых неограниченна. Например, скорость света, абсолютный нуль температур, нулевое давление и т.д.;
- относительный предел – это предел имеющий место в определенной области или применительно к определенному объекту. Например, максимальная скорость в атмосфере, максимальная глубина океана, максимальные перегрузки, минимальная скорость вывода на орбиту спутника;
- расчетные пределы – пределы, устанавливаемые на основании двух первых и различного рода преобразований и законов, связывающих их с производными величинами. Например, предел загрузки памяти информацией 10^{14} бит/см^3, рассчитан по формуле Гейзенберга.

Таким образом, выяснение об ограниченности функции основывается на анализе физической и логической сущности исследуемого процесса. Указанием на существование предела может анализ стремления $\varphi(t) = y'$ к нулю.

3) Имеет ли функция, определяющая процесс, точку перегиба. Формально точка перегиба может быть установлена по нулевому значению второй производной аппроксимирующей функции с последующей переменной знака этой производной.
4) Обладает ли функция свойством симметричности. Очень немногие функции для экстраполяции в прогнозировании обладают свойством симметричности. В качестве критерия симметричности относительно точки К можно предложить величину среднеквадратичного отклонения конечных разностей ряда с постоянным шагом слева и справа от нее:

$$S_k = \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n/2}(\Delta y_{k+i} \pm \Delta y_{k-i})^2$$

где n – общее число точек (+ для осевой симметрии; - для центральной). Если $\min_k |S_k| = \varepsilon$, а $\varepsilon \geq 0$ допуск на асимметрию, то симметричность.

5) Имеет ли процесс четкое ограничение развития во времени. Этот вопрос касается выявления и учета при экстраполяции моментов совершения каких-либо событий, обуславливающих окончание процесса, либо его переход в другое качество.

Требования к функции: математическая простота, гладкость, симметрия.

Этапы выбора функции

1. Сглаживание числового ряда.
2. Визуально определяется тренд из числа простых функций.
3. Производится расчет средних приростов. Средний прирост в точке t – это сглаживание приращений координат.

$$U_t = y_t - y_{t-1} \text{ - приращение}$$
$$U_t^{(2)} = U_t - U_{t-2}$$
$$U_t^{(3)} = U_t^{(2)} - U_{t-1}^{(2)} \text{ и т.д.}$$

Если сгладить разности, то получим средний прирост.

$$m = 3 : \widetilde{U}_t = \frac{-y_{t-1} + y_{t+1}}{2}$$

С помощью среднего прироста устанавливают степень кривой.

Если $\widetilde{U}_t^{(m)} \approx const \Rightarrow f(\bar{a}, t)$ имеет порядок m.

4. Делаются попытки выравнивания статического ряда.
5. Производится расчет производных характеристик средних приростов.

$$W_1(t) = \widetilde{U}_t$$
$$W_2(t) = \widetilde{U}_t^{(2)}$$
$$W_3(t) = \widetilde{U}_t \,/\, \widetilde{y}_t$$
$$W_4(t) = \log \widetilde{U}_t$$
$$W_5(t) = \log \widetilde{U}_t \,/\, \widetilde{y}_t$$
$$W_6(t) = \log \widetilde{U}_t \,/\, \widetilde{y}_t^{\,2}$$

Эти характеристики анализируются на линейность и постоянство.

6. Окончательный выбор вида функции для экстраполяции производится путем сравнения ее по всем характеристикам для заданного числового ряда.

После выбора вида функции производят расчет неизвестных параметров этой кривой. В качестве критерия оптимальности экстраполяции берут меру отклонения точек ряда от аппроксимирующей функции.

Метод средних

$$\sum_{i=1}^{n}[y_i - f(x_i, a_1, a_2, \ldots, a_m)] \to \min$$

На практике все точки ряда ($n > m$) разбивают на m групп и для каждой сумма отклонений равна 0. Следовательно, получают систему с m уравнений и $a_1, a_2, \ldots, a_m$ неизвестных, далее находим $a_1, a_2, \ldots, a_m$.

Метод наименьших квадратов

$$S = \sum_{k=1}^{n} [y_k - f(x_k, a_1, \ldots, a_m)]^2 \to \min$$

Следовательно,

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0, \ldots, \frac{\partial S}{\partial a_m} = 0.$$

Экстраполяция и интерполяция с использованием полиномов

Задача в общем виде:

Данную функцию $f(x)$ требуется приближенно заменить обобщенным полиномом. Для практики наиболее важным являются степенные полиномы вида

$$Q(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_m x^m$$

Следовательно, задача интерполирования заключается в следующем:

Найти полином $Q(x)$ возможно низшей степени $m : Q(x_i) = f(x_i), i = \overline{1,n}$

Заключение

Прогнозирование является важным инструментом научного исследования, анализа и управления сложными системами, позволяющим определять вероятные направления развития объектов и процессов на основе изучения их прошлых состояний и существующих закономерностей. В отличие от планирования, ориентированного на достижение установленных целей, прогнозирование предполагает рассмотрение возможных вариантов будущего развития с учетом неопределенности и влияния различных факторов.

Эффективность прогнозирования определяется правильностью выбора методов исследования, полнотой исходной информации, обоснованностью построения прогностической модели и учетом особенностей исследуемого объекта. Важную роль играют системный подход, непрерывность прогнозирования, объективность и использование методов математического моделирования и статистического анализа.

Особое значение в теории прогнозирования имеют экстраполяционные методы, основанные на выявлении и продолжении тенденций развития исследуемых процессов. Применение сглаживания и выравнивания временных рядов позволяет уменьшить влияние случайных колебаний, выявить основную тенденцию изменения показателей и подготовить исходные данные для построения математической модели.

Выбор аппроксимирующей функции, определение ее параметров с использованием метода средних и метода наименьших квадратов, а также применение полиномиальной интерполяции и экстраполяции обеспечивают возможность построения количественных прогнозов. При этом необходимо учитывать ограничения используемых методов, поскольку выявленные в прошлом закономерности не всегда сохраняются в будущем.

Таким образом, изучение теории прогнозирования формирует теоретическую и методологическую основу для анализа временных рядов, построения прогностических моделей и принятия обоснованных решений в технических, экономических, производственных и информационных системах.

Контрольные вопросы

1. Что понимается под прогнозированием?
2. В чем заключается основное отличие прогнозирования от планирования?
3. Что такое глубина ретроспекции и глубина планирования?
4. Какие основные этапы планирования выделяются в зависимости от временного горизонта?
5. Дайте определения понятий «прогноз», «прогнозирование» и «прогностика».
6. Чем предсказание отличается от предвидения и прогнозирования?

7. Какие основные задачи решаются в процессе прогнозирования?
8. Назовите основные принципы прогнозирования.
9. В чем заключается принцип системности прогнозирования?
10. Какую роль играют непрерывность и обратная связь при разработке прогнозов?
11. Какова основная цель анализа объекта прогнозирования?
12. Какие этапы включает процесс прогнозирования?
13. Что понимается под ретроспекцией, диагнозом и проспекцией?
14. Какие научные теории используются при анализе объектов прогнозирования?
15. В чем заключаются методологические принципы системности, природной специфичности, оптимизации описания и аналогичности?
16. По каким основным признакам классифицируются объекты прогнозирования?
17. Какие виды объектов прогнозирования выделяются в зависимости от их природы?
18. Как классифицируются объекты прогнозирования по масштабности и сложности?
19. Какие основные методы прогнозирования существуют?
20. Чем фактографические методы прогнозирования отличаются от экспертных?
21. В чем заключается сущность комбинированных методов прогнозирования?
22. Что понимается под экстраполяционным методом прогнозирования?
23. Что такое тренд временного ряда?
24. Какую роль играет случайная составляющая при построении прогностической модели?

Список литературы

1. Hyndman R. J., Athanasopoulos G. Forecasting: Principles and Practice. - 3rd ed. - Melbourne: OTexts, 2021. - Электронная версия учебника.
2. Box G. E. P., Jenkins G. M., Reinsel G. C., Ljung G. M. Time Series Analysis: Forecasting and Control. - 5th ed. - Wiley, 2015. - 720 p.
3. Armstrong J. S. (ed.). Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners. - New York: Springer, 2001. - 850 p. - DOI: 10.1007/978-0-306-47630-3.
4. Makridakis S., Wheelwright S. C., Hyndman R. J. Forecasting: Methods and Applications. - 3rd ed. - New York: John Wiley & Sons, 1998. - 642 p.