Лекция 1

Основные понятия теории моделирования

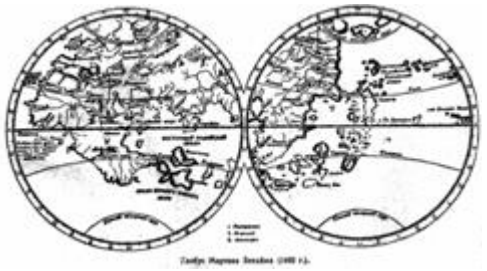
Автор Джомартова Ш.А.

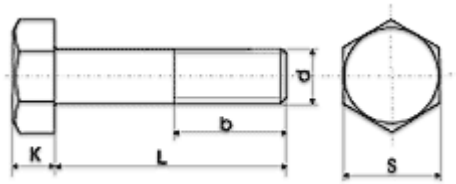
Что такое модель?

- **Модель** – это объект, который обладает некоторыми свойствами другого объекта (*оригинала*) и используется вместо него.

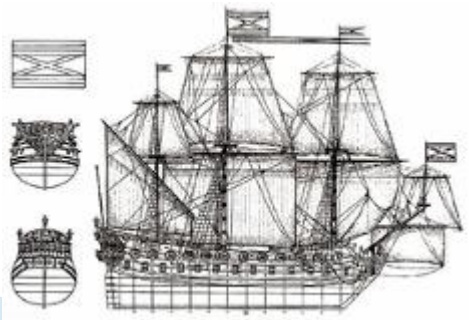
- **Оригиналы и модели**













Что можно моделировать?

- **Модели объектов:**
  - уменьшенные копии зданий, кораблей самолетов, …
  - модели ядра атома, кристаллических решеток
  - чертежи
  - …
- **Модели процессов:**
  - изменение экологической обстановки
  - экономические модели
  - исторические модели
  - …
- **Модели явлений:**
  - землетрясение
  - солнечное затмение
  - цунами
  - …

Моделирование

- **Моделирование** – это создание и использование моделей для изучения оригиналов.
- **Когда используют моделирование:**

- **оригинал не существует**
  - древний Египет
  - последствия ядерной войны
- **исследование оригинала опасно для жизни или дорого:**
  - управление ядерным реактором (Чернобыль, 1986)
  - испытание нового скафандра для космонавтов
  - разработка нового самолета или корабля
- **оригинал сложно исследовать непосредственно:**
  - солнечная система, галактика (большие размеры)
  - атом, нейтрон (маленькие размеры)
  - процессы в двигателе внутреннего сгорания (очень быстрые)
  - геологические явления (очень медленные)
- **интересуют только некоторые свойства оригинала**
  - проверка краски для фюзеляжа самолета

Цели моделирования

- **исследование оригинала**

  изучение сущности объекта или явления

  «Наука есть удовлетворение собственного любопытства за казенный счет» (Л.А. Арцимович)
- **анализ («что будет, если …»)**

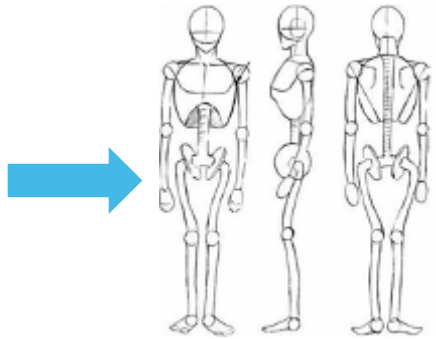
  научиться прогнозировать последствия различных воздействиях на оригинал
- **синтез («как сделать, чтобы …»)**

  научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия
- **оптимизация («как сделать лучше»)**

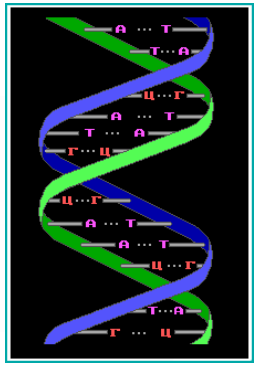
  выбор наилучшего решения в заданных условиях

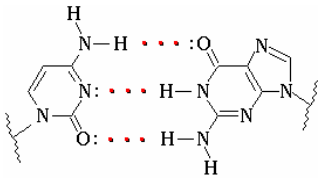
Один оригинал – одна модель?























- материальная точка

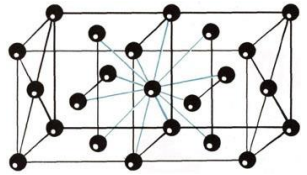
Оригиналу может соответствовать несколько разных моделей и наоборот!

Природа моделей

- **материальные (физические, предметные) модели:**



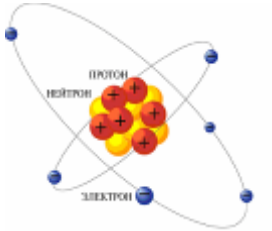


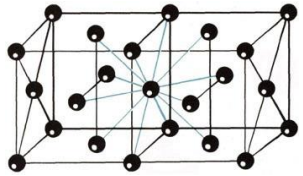


- **информационные модели** представляют собой информацию о свойствах и состоянии объекта, процесса, явления, и его взаимосвязи с внешним миром:
  - вербальные – словесные или мысленные
  - знаковые – выраженные с помощью формального языка
    - графические (рисунки, схемы, карты, …)
    - табличные
    - математические (формулы)
    - логические (различные варианты выбора действий на основе анализа условий)
    - специальные (ноты, химические формулы)

Модели по области применения

- **учебные** (в т.ч. тренажеры)











- **опытные** – при создании новых технических средств





аэродинамическая труба



испытания в опытовом бассейне

- **научно-технические**



имитатор солнечного излучения



вакуумная камера в Институте космических исследований



вибростенд НПО «Энергия»

Специальные виды моделей

- **игровые** – учитывающие действия противника
  - модели экономических ситуаций
  - модели военных действий
  - спортивные игры
  - тренинги персонала

- **имитационные**
  - нельзя заранее вычислить или предсказать поведение системы;
  - можно имитировать её реакцию на внешние воздействия;
  - максимальный учет всех факторов;
  - только численные результаты;
  - выбор наилучшего решения методом проб и ошибок в ходе многократных экспериментов

    Примеры:
    - испытания лекарств на мышах, обезьянах, …
    - математическое моделирование биологических систем
    - модели бизнеса и управления
    - модели процесса обучения

Модели по характеру связей

- **детерминированные**
  - связи между входными и выходными величинами жестко заданы
  - при одинаковых входных данных каждый раз получаются одинаковые результаты

  Примеры
  - движение тела, брошенного под углом к горизонту
  - расчеты по известным формулам
  - модель штатной работы механизма

- **вероятностные (стохастические)**
  - учитывают случайность событий в реальном мире
  - при одинаковых входных данных каждый раз получаются немного разные результаты

  Примеры
  - движение тела с учетом ветра
  - броуновское движение частиц
  - влияние волн на судно
  - моделирование действий человека

Модели по фактору времени

статические – описывают оригинал в заданный момент времени

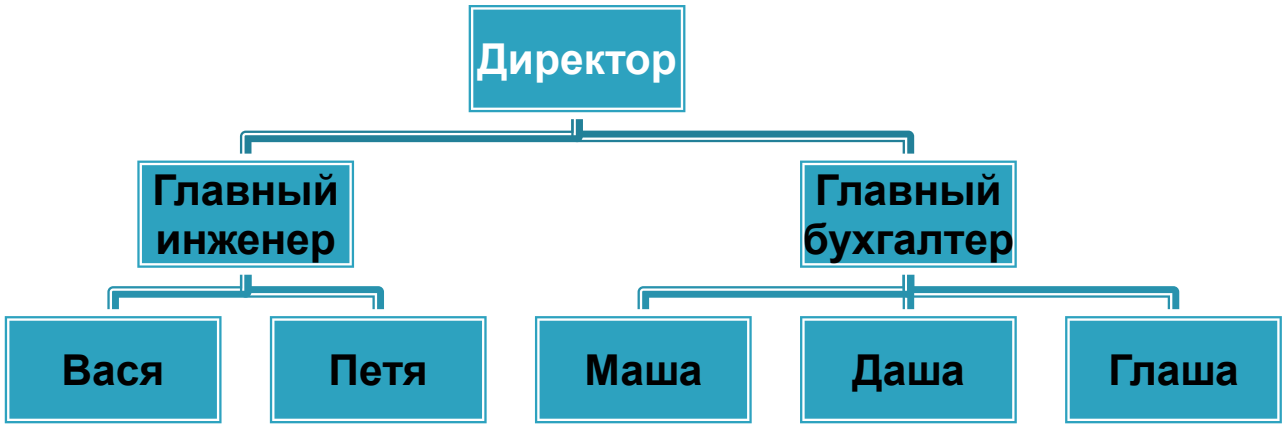
- силы, действующие на тело в состоянии покоя
- результаты осмотра врача
- фотография

динамические

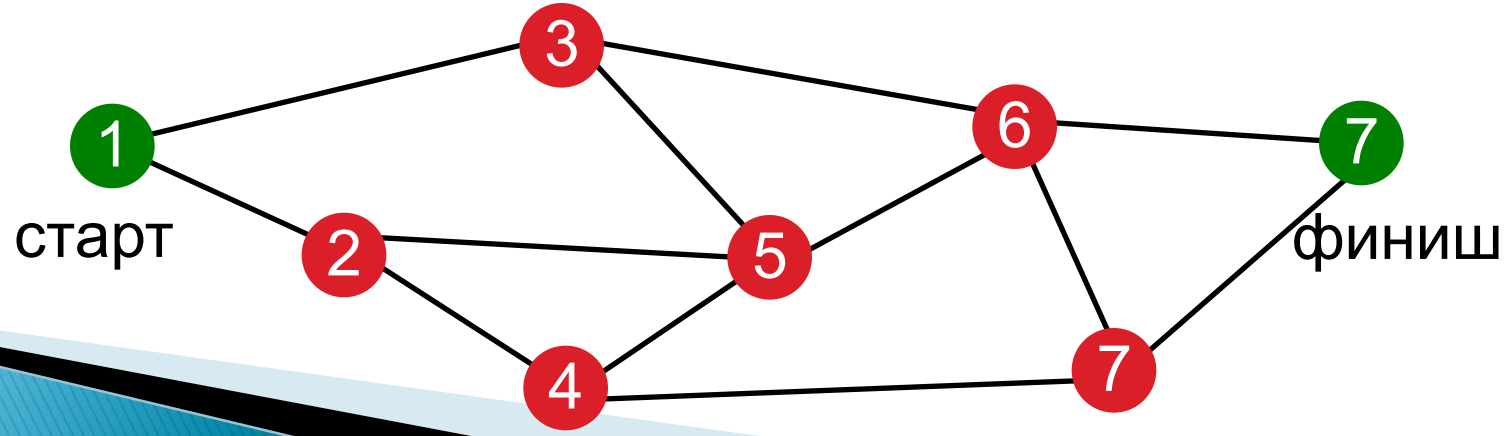
- модель движения тела
- явления природы (молния, землетрясение, цунами)
- история болезни
- видеозапись события

Модели по структуре

- табличные модели (пары соответствия)
- иерархические (многоуровневые) модели



- сетевые модели (графы)



Этапы моделирования

I. Постановка задачи

- **исследование оригинала**

  изучение сущности объекта или явления
- **анализ («что будет, если …»)**

  научиться прогнозировать последствий при различных воздействиях на оригинал
- **синтез («как сделать, чтобы …»)**

  научиться управлять оригиналом, оказывая на него воздействия
- **оптимизация («как сделать лучше»)**

  выбор наилучшего решения в заданных условиях



Ошибки при постановке задачи приводят к наиболее тяжелым последствиям!

I. Постановка задачи

- **Хорошо поставленная задача:**
  - описаны все связи между исходными данными и результатом
  - известны все исходные данные
  - решение существует
  - задача имеет единственное решение
- **Примеры плохо поставленных задач:**
  - Винни Пух и Пятачок построили ловушку для слонопотама. Удастся ли его поймать?
  - Малыш и Карлсон решили по-братски разделить два орешка – большой и маленький. Как это сделать?
  - Найти максимальное значение функции $y = x^2$ (нет решений).
  - Найти функцию, которая проходит через точки (0,1) и (1,0) (неединственное решение).

II. Разработка модели

- **выбрать тип модели**
- **определить *существенные* свойства оригинала,** которые нужно включить в модель, отбросить несущественные (для данной задачи)
- **построить формальную модель** это модель, записанная на *формальном языке* (математика, логика, …) и отражающая только существенные свойства оригинала
- **разработать алгоритм работы модели** алгоритм – это четко определенный порядок действий, которые нужно выполнить для решения задачи

III. Тестирование модели

- **Тестирование** – это проверка модели на простых исходных данных с известным результатом.
- **Примеры**:
  - устройство для сложения многозначных чисел – проверка на однозначных числах
  - модель движения корабля – если руль стоит ровно, курс не должен меняться; если руль повернуть влево, корабль должен идти вправо
  - модель накопления денег в банке – при ставке 0% сумма не должна изменяться



Модель прошла тестирование. Гарантирует ли это ее правильность?

IV. Эксперимент

- **Эксперимент** – это исследование модели в интересующих нас условиях.
- Примеры:
  - устройство для сложения чисел – работа с многозначными числами
  - модель движения корабля – исследование в условиях морского волнения
  - модель накопления денег в банке – расчеты при ненулевой ставке

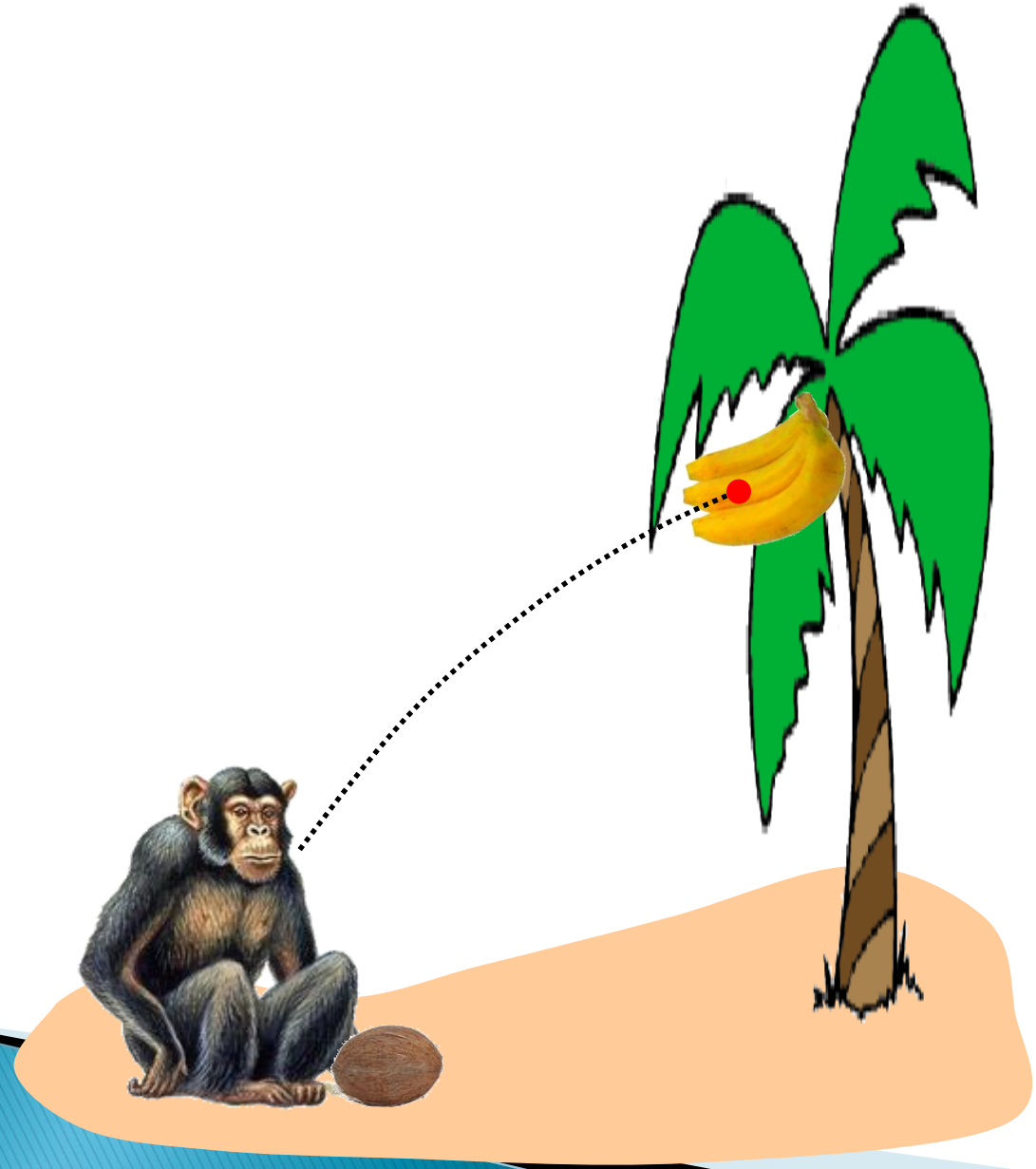


Можно ли 100%-но верить результатам?

V. Анализ результатов

- **Возможные выводы:**
  - задача решена
  - необходимо изменить алгоритм или условия моделирования
  - необходимо изменить модель (например, учесть дополнительные свойства)
  - необходимо изменить постановку задачи

Пример.



Задача. Обезьяна хочет сбить бананы на пальме. Как ей надо кинуть кокос, чтобы попасть им в бананы.

Анализ задачи:

- все ли исходные данные известны?
- есть ли решение?
- единственно ли решение?

I. Постановка задачи

Допущения:

- кокос и банан считаем материальными точками
- расстояние до пальмы известно
- рост обезьяны известен
- высота, на которой висит банан, известна
- обезьяна бросает банан с известной начальной скоростью
- сопротивление воздуха не учитываем

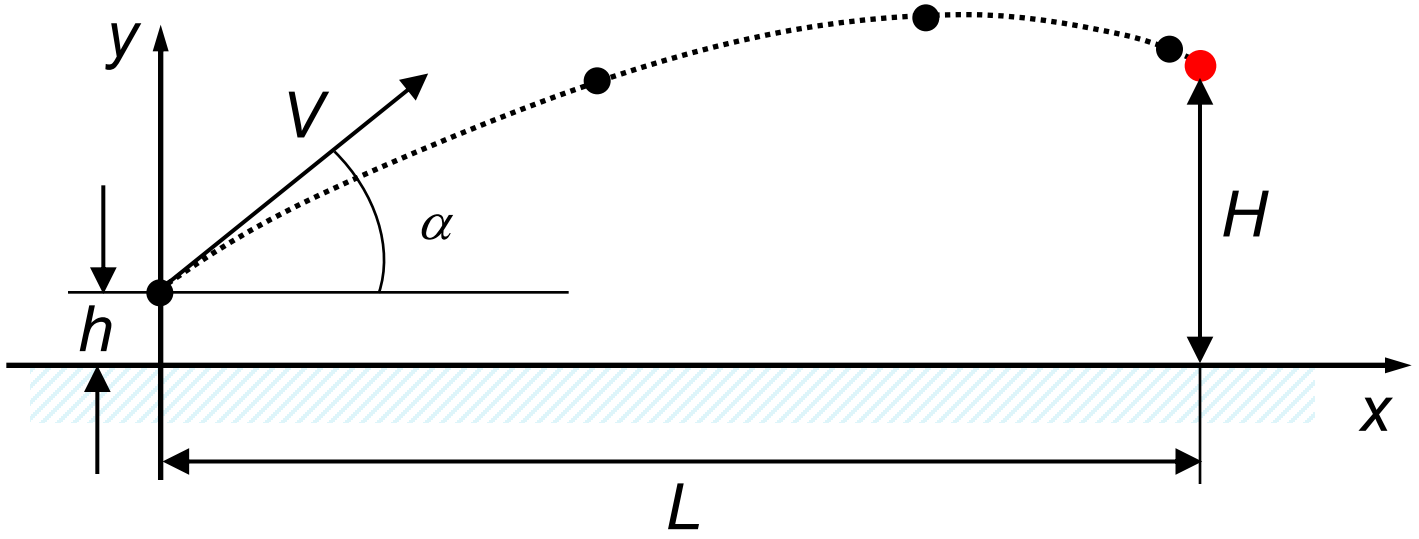
При этих условиях требуется найти начальный угол, под которым надо бросить орех.



Всегда ли есть решение?

II. Разработка модели

Графическая модель



Формальная (математическая) модель

$$x = V\cos\alpha \cdot t, \qquad y = h + V\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

Задача: найти t, α, при которых

$$V\cos\alpha \cdot t = L, \qquad h + V\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = H$$

III. Тестирование модели

Математическая модель

$$x = V\cos\alpha \cdot t$$

$$y = h + V\sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

- при нулевой скорости кокос остается на месте
- при $t=0$ координаты равны $(0,h)$
- при броске вертикально вверх (α=90°) координата x не меняется
- при некотором t координата y начинает уменьшаться (ветви параболы вниз)



Противоречий не обнаружено!

IV. Эксперимент

Метод I.

Меняем угол α. Для выбранного угла α строим траекторию полета ореха. Если она проходит выше банана, уменьшаем угол, если ниже – увеличиваем.

Метод II.

Из первого равенства выражаем время полета:

$$V\cos\alpha \cdot t = L \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{L}{V\cos\alpha}$$

Меняем угол α. Для выбранного угла α считаем t, а затем – значение y при этом t. Если оно больше H, уменьшаем угол, если меньше – увеличиваем.



не надо строить всю траекторию для каждого α

V. Анализ результатов

1. Всегда ли обезьяна может сбить банан?
2. Что изменится, если обезьяна может бросать кокос с разной силой (с разной начальной скоростью)?
3. Что изменится, если кокос и бананы не считать материальными точками?
4. Что изменится, если требуется учесть сопротивление воздуха?
5. Что изменится, если дерево качается?

Спасибо за внимание