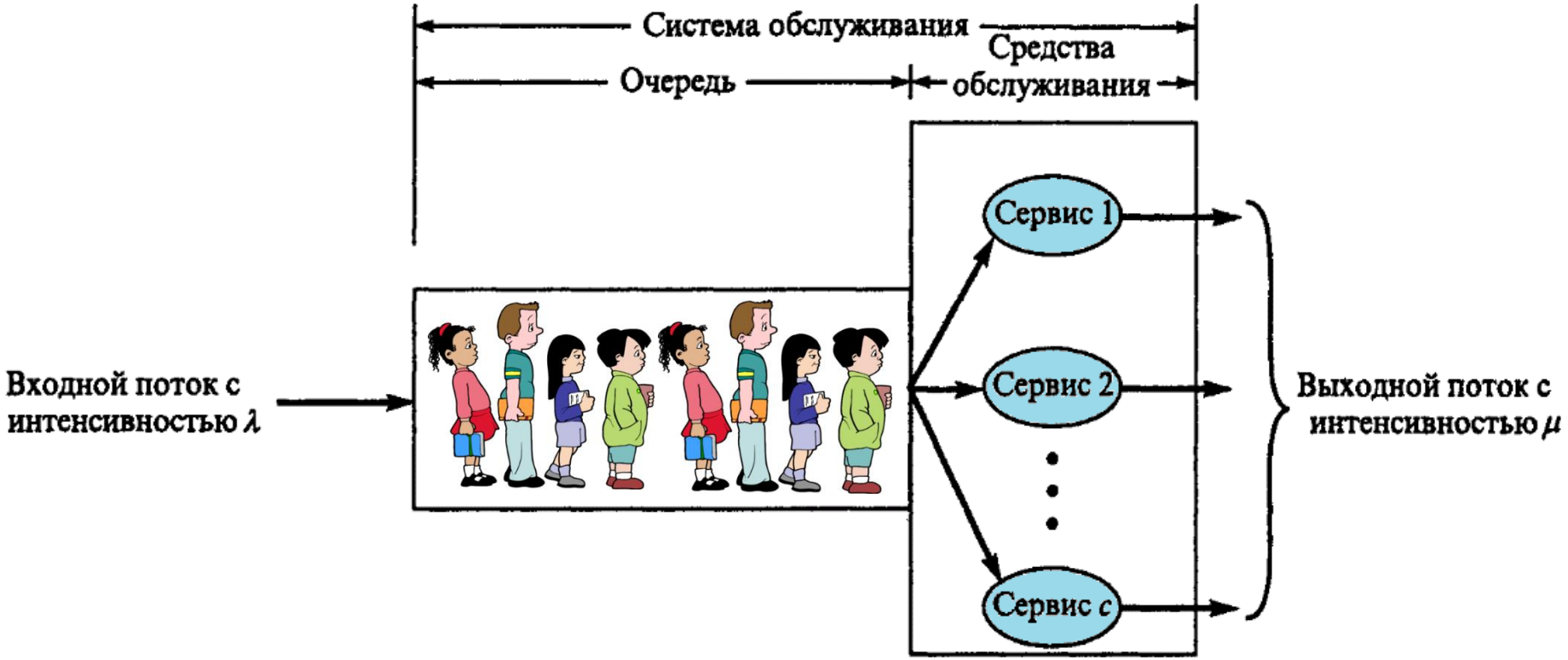
Лекция 9

Основные понятия теории массового обслуживания

Автор Джомартова Ш.А.

Системы массового обслуживания (СМО)



Основоположник теории массового обслуживания



Ангер Краруп Эрланг (1878—1929)
Датский математик и инженер, один из основателей ТМО.
1909 год – опубликована работа «Теория вероятностей и телефонные разговоры» (The Theory of Probabilities and Telephone Conversations.) , получившая признание во всем мире.
В его честь названа единица измерения трафика в телекоммуникационных системах – эрланг. 1 эрланг (1 Эрл) эквивалентен разговору двух абонентов в течение 1 часа.
Формулой Эрланга пользуются до сих пор.

Основоположник теории потока однородных событий



Александр Яковлевич Хи́нчин (1894—1959)
профессор МГУ с 1927 года.
Создатель теории потока однородных событий,
Совместно с А.Н. Колмогоровым – создатель теории случайных процессов и теории массового обслуживания.

В зарубежной литературе теория массового обслуживания известна под названием «Теория очередей».

Предметом изучения теории массового обслуживания являются **СМО**

- – системы, предназначенные для многоразового использования при выполнении однотипных задач.

Цель теории массового обслуживания

- – выработка рекомендаций по рациональному построению СМО, рациональной организации их работы и регулированию потока заявок для обеспечения высокой эффективности функционирования СМО.

- Для достижения этой цели ставятся *задачи теории массового обслуживания*, состоящие в установлении зависимостей эффективности функционирования СМО от ее организации (параметров):

характера потока заявок,

числа каналов и их производительности

и правил работы СМО.

В сфере производства и обслуживания примерами СМО могут служить:

различные системы связи (в том числе телефонные станции),

погрузочно-разгрузочные комплексы (порты, товарные станции),

автозаправочные станции,

пункты пропуска через границу,

пункты таможенного оформления,

парикмахерские, билетные кассы,

пункты обмена валюты, ремонтные больницы мастерские,и т.д.

серверы, шлюзы, маршрутизаторы, обслуживающие запросы от рабочих станций

станции обслуживания коммуникаций в фирме-провайдере Интернета

- Такие системы как компьютерные сети, системы сбора, хранения и обработки информации, транспортные системы, автоматизированные производственные участки и, в военной области, системы противовоздушной или противоракетной обороны также могут рассматриваться как своеобразные СМО.







ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СМО

Каждое обращение клиента в СМО будем называть ***заявкой***

Основными элементами СМО являются:

- входной поток заявок,
- очередь на обслуживание,
- система (механизм) обслуживания;
- выходящий поток заявок.

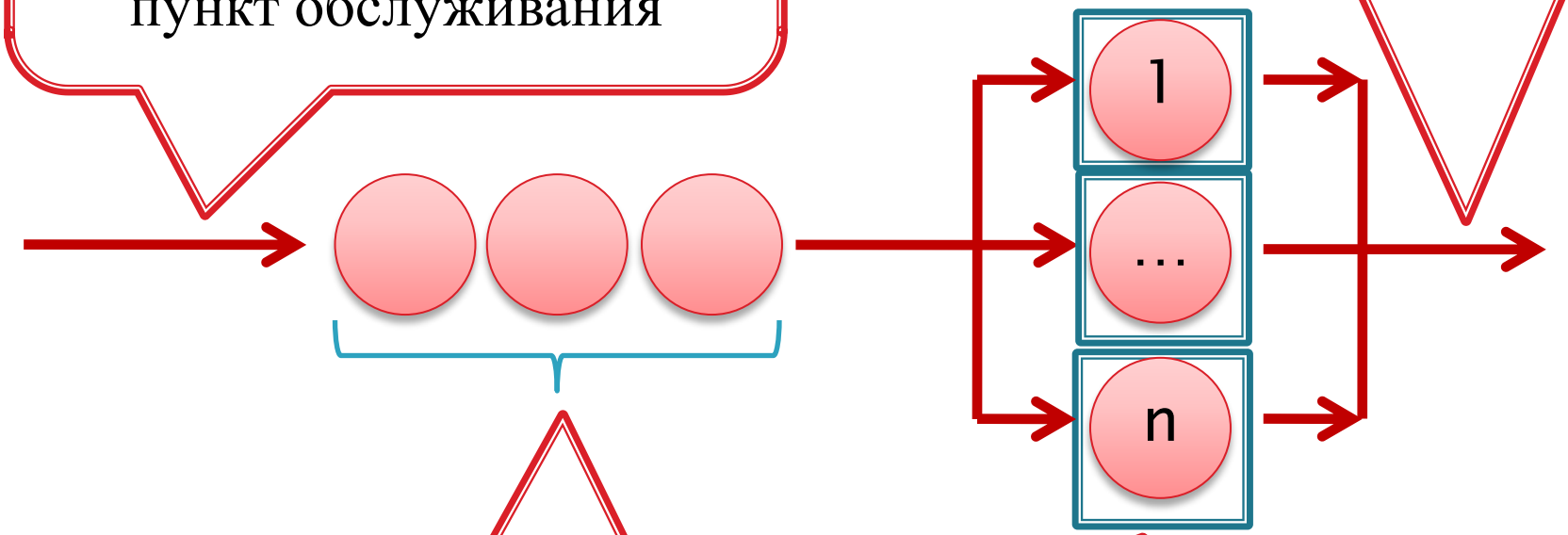
Основные этапы, которые проходит каждая заявка:

- появление заявки на входе в систему;
- прохождение очереди;
- процесс обслуживания,

После обслуживания заявка покидает систему

Входящий поток заявок– последовательность заявок, поступающих на пункт обслуживания

Выходящий поток заявок – поток заявок, покидающих обслуживающую систему



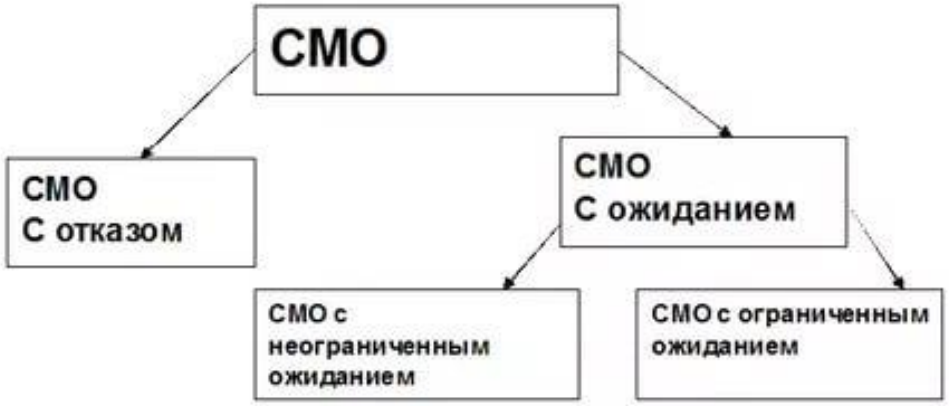
Очередь – множество заявок, ожидающих обслуживания

Каналы обслуживания – совокупность устройств, выполняющих операции по обслуживанию заявок


СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
ПО ЧИСЛУ КАНАЛОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ
ПО ВЗАИМНОМУ РАСПОЛОЖЕНИЮ КАНАЛОВ
ПО ВОЗМОЖНОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ОЧЕРЕДИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ ОЧЕРЕДИ
одноканальные
многоканальные
с последовательным расположением
с параллельным расположением
обслуживание с приоритетом
обслуживание по правилам
системы с отказом в обслуживании
системы с ограничением на длину очереди
системы обслуживания без ограничения

Классификация СМО

По дисциплине обслуживания



По количеству ОУ

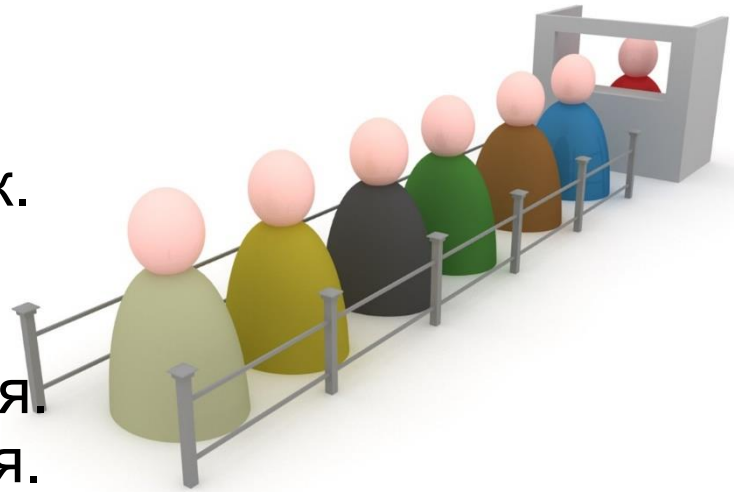
- Одноканальные.
- Многоканальные.

По приоритету

- С одинаковым приоритетом заявок.
- С разным приоритетом заявок.

По времени ожидания

- Без ограничения времени ожидания.
- С ограничением времени ожидания.



По дисциплине обслуживания СМО подразделяют на три класса



1. СМО с отказами. Заявка, поступившая на вход СМО в момент, когда все каналы заняты, получает «отказ» и покидает СМО.

Чтобы эта заявка все же была обслужена, она должна снова поступить на вход СМО и рассматриваться при этом как заявка, поступившая впервые.



2. СМО *с ожиданием* (*неограниченным ожиданием* или *очередью*).

В таких системах заявка, поступившая в момент занятости всех каналов, становится в очередь и ожидает освобождения канала, который примет ее к обслуживанию.



3. СМО смешанного типа (*с ограниченным ожиданием*).

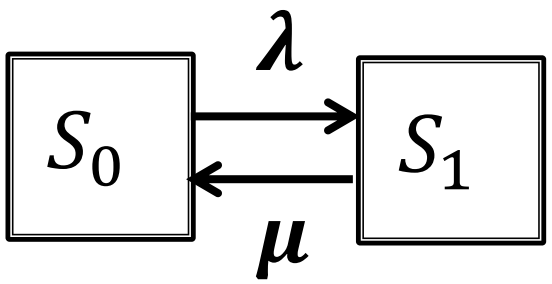
Это такие системы, в которых на пребывание заявки в очереди накладываются некоторые ограничения.



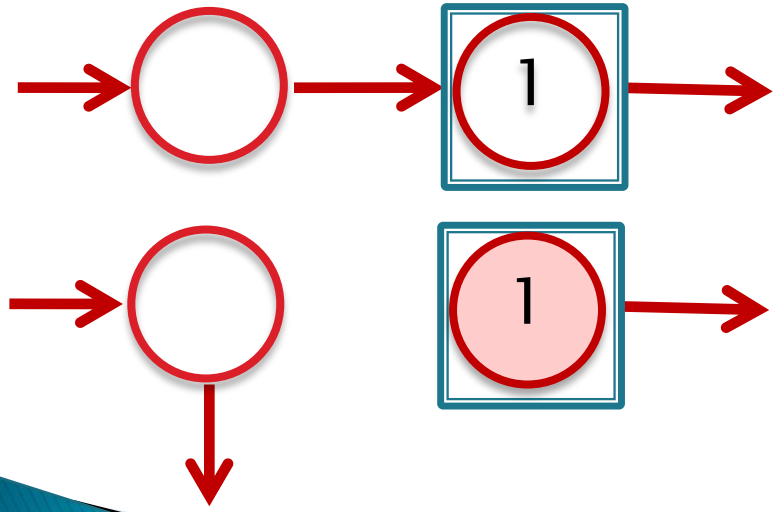
Ограничения ожидания могут касаться *времени пребывания заявки в очереди*, по истечению которого она выходит из очереди и покидает систему, либо касаться *общего времени пребывания заявки в* СМО

В *СМО с отказами* заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, получает отказ и покидает СМО

Одноканальная СМО с отказами



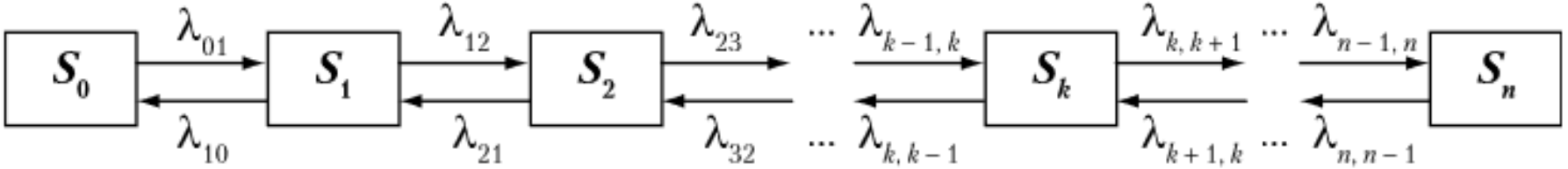
$$p_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}; \quad p_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$



S_0 – канал свободен, заявок нет

S_0 – канал занят, заявки отклоняются

Для процесса гибели и размножения предельные вероятности равны



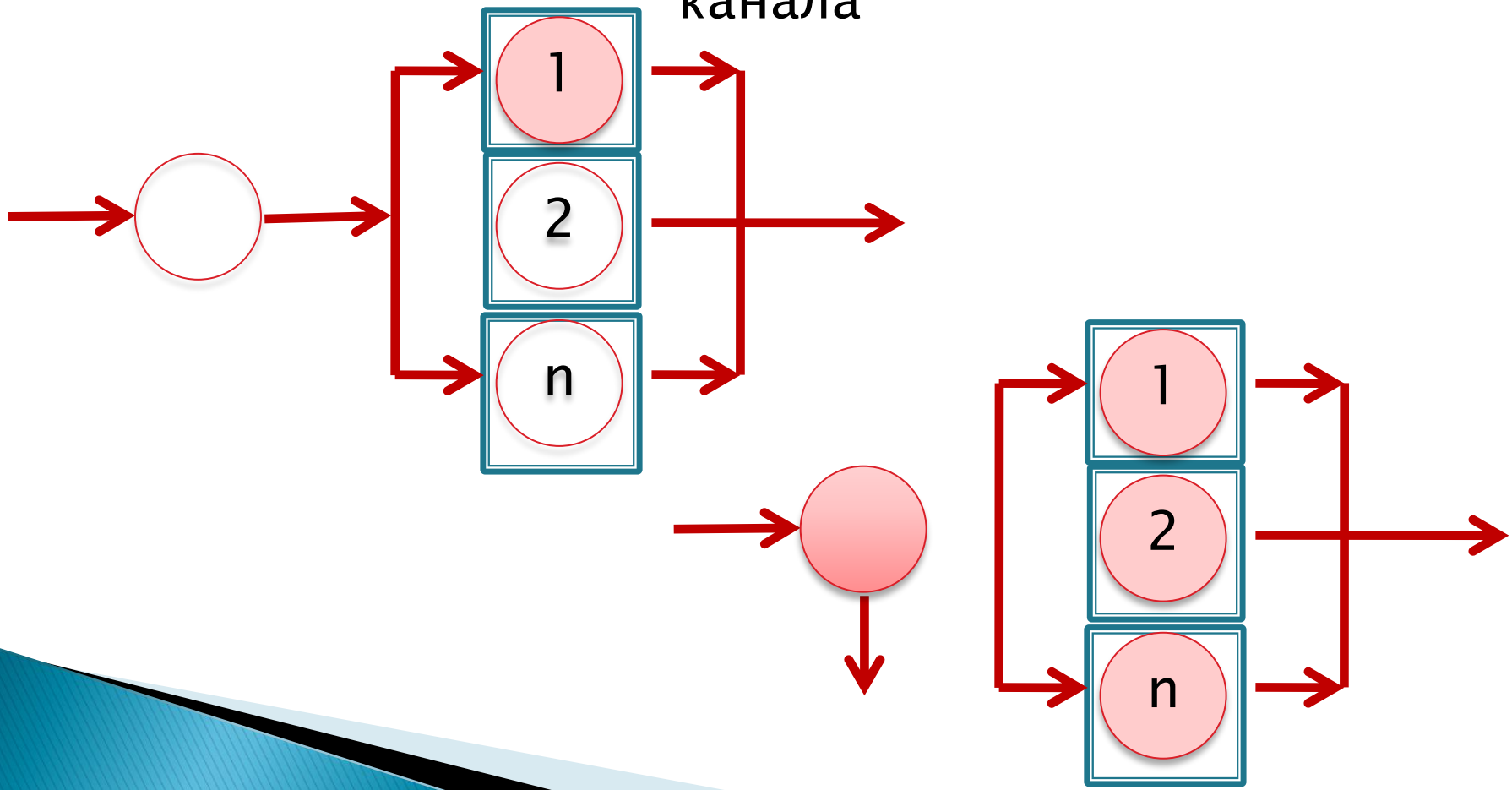
$$p_0 = \left(1 + \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{21}\lambda_{10}} + \cdots + \frac{\lambda_{n-1,n}\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1}\lambda_{21}\lambda_{10}}\right)^{-1}$$

$$p_1 = \frac{\lambda_{01}}{\lambda_{10}}p_0;\ \ p_2 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{21}\lambda_{10}}p_0;\ \ p_n = \frac{\lambda_{n-1,n}\lambda_{12}\lambda_{01}}{\lambda_{n,n-1}\lambda_{21}\lambda_{10}}p_0$$

В *СМО с отказами* заявка, поступившая в момент, когда все каналы заняты, получает отказ и покидает СМО

Многоканальная СМО с отказами

S_0 – все каналы свободны; S_1, S_2, S_3 – занято 1, 2, 3 канала



$$p_0 = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda^2}{2!\,\mu^2} + \frac{\lambda^3}{3!\,\mu^3} + \cdots + \frac{\lambda^n}{n!\,\mu^n}\right)^{-1}$$

Предельные вероятности состояний:

$$p_0 = \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + \cdots + \frac{\rho^n}{n!}\right)^{-1}$$

$$p_1 = \rho p_0;\ \ p_2 = \frac{\rho^2}{2!}p_0;\ \ p_3 = \frac{\rho^3}{3!}p_0;\ \ \ldots\ \ \ p_n = \frac{\rho^n}{n!}p_0$$

Вероятность отказа:

$$P_{\text{отк}} = p_n = \frac{\rho^n}{n!}p_0$$

ПОКАЗАТЕЛИ РАБОТЫ СМО С ОЧЕРЕДЬЮ

Для любой СМО должны быть заданы:
интенсивность потока входящих заявок λ,
интенсивность обслуживания μ либо среднее время обслуживания заявки $T_{\text{обс}}$

A – Абсолютной пропускной способностью СМО называется среднее число заявок, которое может обслужить система за единицу времени

Q – Относительная пропускная способность СМО – средняя доля поступивших заявок, обслуживаемая системой, т.е. отношение среднего обслуживаемых за единицу времени заявок к среднему числу заявок, поступивших за это время в систему.

ПОКАЗАТЕЛИ РАБОТЫ СМО С ОЧЕРЕДЬЮ

Интенсивность выходящего потока обслуженных заявок μ и среднее время обслуживания одной заявки $\bar{\tau}$ связаны между собой:

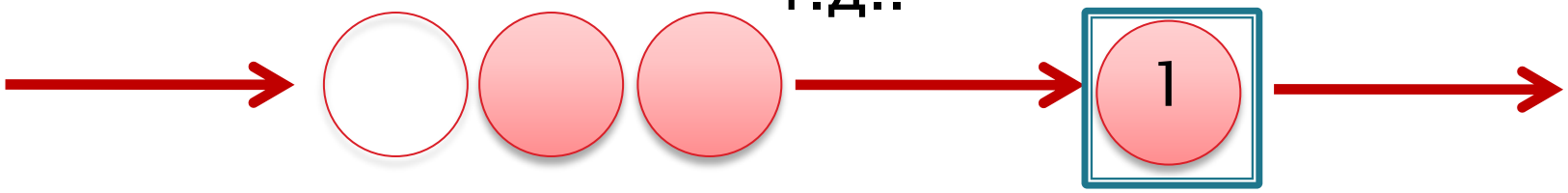
$$\mu = \frac{1}{T_{\text{обс}}};\ T_{\text{обс}} = \frac{1}{\mu}$$

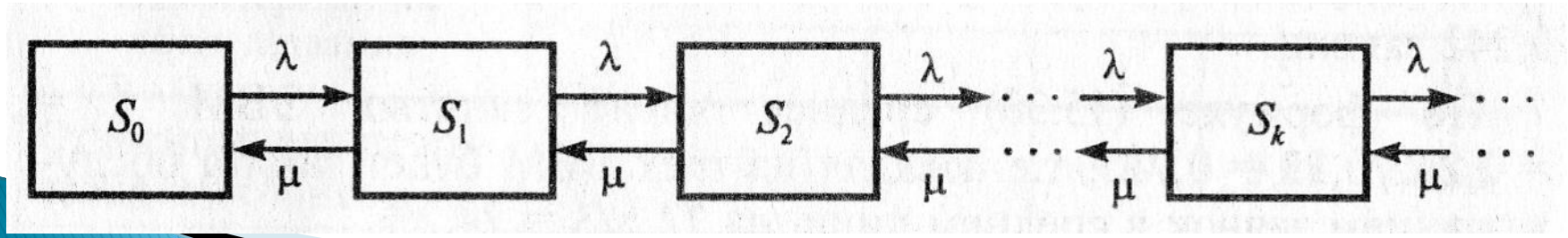
$P_{\text{отк}}$	Вероятность отказа – вероятность того, что заявка покинет СМО необслуженной
$L_{\text{сист}}$	Среднее число заявок в системе
$L_{\text{оч}}$	Среднее число заявок в очереди (длина очереди)
$T_{\text{сист}}$	Среднее время пребывания заявок в системе
$T_{\text{оч}}$	Среднее время пребывания заявок в очереди (длина очереди)
$P_{\text{зан}}$	Вероятность того, что канал занят (степень загрузки канала)

В ***СМО с ожиданием*** заявка, пришедшая в момент, когда все каналы заняты, не уходит, а становится в очередь на обслуживание

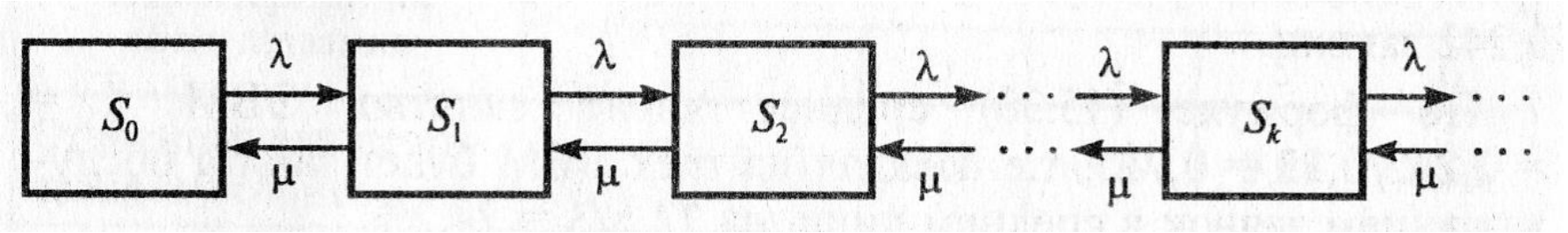
Одноканальная СМО с неограниченной очередью

S_0 – канал свободен; S_1 – канал занят (обслуживает заявку), очереди нет; S_2 – канал занят , одна заявка стоит в очереди, **S_3 – канал занят , две заявки стоят в очереди**, S_4 – канал занят , три заявки стоят в очереди …, S_k – канал занят, k – 1 заявок стоит в очереди и т.д..





ОДНОКАНАЛЬНЫЕ СМО С НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ



на очередь не наложены никакие ограничения (ни по длине очереди, ни по времени ожидания)

Система S (СМО) имеет следующие состояния (нумеруем их по ***числу заявок k***, находящихся в системе):

S_0 – канал свободен;

S_1 – канал занят (обслуживает заявку), очереди нет;

S_2 – канал занят , одна заявка стоит в очереди, …,

S_k – канал занят, k – 1 заявок стоит в очереди

и т.д..

Обозначим $\lambda/\mu = \rho$ и будем называть величину ρ ***приведенной интенсивностью*** потока заявок или интенсивностью нагрузки канала.

Она выражает среднее число заявок, приходящих за среднее время обслуживания одной заявки

Доказано, что если ***ρ < 1***, т.е. среднее число приходящих заявок ***меньше*** среднего числа обслуженных заявок в единицу времени, то ***предельные вероятности существуют***.
Если ***ρ ≥ 1***, то ***очередь растет до бесконечности***.

$$p_0 = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \cdots\right)^{-1} =$$

$$= \left(1 + \rho + \rho^2 + \cdots + \rho^k + \cdots\right)^{-1}$$

Предельная вероятность состояния S_0:

$$p_0 = 1 - \rho$$

Вероятности других состояний:

$$p_1 = \rho p_0;\ \ p_2 = \rho^2 p_0;\ \ ;\ \ \ldots\ \ \ p_k = \rho^k p_0$$

Среднее число заявок под обслуживанием равно вероятности того, что канал занят:

$$L_{\text{об}} = 0 \cdot p_0 + 1 \cdot (1 - p_0) = 1 - p_0 = P_{\text{зан}} = \rho$$

Среднее число заявок в системе:

$$L_{\text{сист}} = L_{\text{оч}} + L_{\text{об}} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

Среднее число заявок в очереди:

$$L_{\text{оч}} = L_{\text{сист}} - L_{\text{об}} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

Доказано, что при **любом** характере **потока заявок** и **любом** распределении **времени обслуживания** среднее время пребывания заявки в системе (очереди) равно

$$T_{\text{сист}} = \frac{L_{\text{сист}}}{\lambda}; \quad T_{\text{оч}} = \frac{L_{\text{оч}}}{\lambda}$$

Эти формулы называются ***формулами Литтла***.

в предельном, стационарном режиме среднее число заявок, прибывающих в систему, равно среднему числу заявок, покидающих ее: оба потока заявок имеют одну и ту же интенсивность λ

$$T_{\text{сист}} = \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)}; \quad T_{\text{оч}} = \frac{\rho^2}{\lambda(1-\rho)}$$

ПРИМЕР 1

В порту имеется один причал для разгрузки судов. Интенсивность потока судов равна 0,4 (судов в сутки). Среднее время разгрузки одного судна составляет 2 суток. Предполагается, что очередь может быть неограниченной длины. Найти показатели эффективности работы причала, а также вероятность того, что ожидают разгрузки не более чем 2 судна.

Имеем $\boldsymbol{\rho = \lambda/\mu = \lambda T_{обс} = 0,4 \cdot 2 = 0,8}$. Так как $\boldsymbol{\rho = 0,8 < 1}$, то очередь на разгрузку не может бесконечно возрастать и предельные вероятности существуют.

Вероятность того, что причал свободен:

$$\boldsymbol{p_0 = 1 - \rho = 1 - 0,8 = 0,2}$$

а вероятность того, что он занят, $\mathbf{P_{зан} = 1 - 0,2 = 0,8}$.

Вероятности того, что у причала находятся 1, 2, 3 судна (т.е. ожидают разгрузки 0, 1, 2 судна), равны

$$p_1 = \rho p_0;\ \ p_2 = \rho^2 p_0;\ \ ;\ \ \ldots\ \ \ p_k = \rho^k p_0$$

$$\boldsymbol{p_1 = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16};\ \boldsymbol{p_2 = 0,64 \cdot 0,2 = 0,128};$$

$$\boldsymbol{p_3 = 0,512 \cdot 0,2 = 0,1024}$$

Вероятность того, что ожидают разгрузку не более чем 2 судна, равна $P = p_1 + p_2 + p_3 = 0.16 + 0.128 + 0.1024 = 0.3904$

Среднее число судов, ожидающих разгрузки,

$$\boldsymbol{L_{\text{оч}} = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{0.8^2}{1-0.8} = 3.2}$$

а среднее время ожидания разгрузки по формуле Литтла

$$T_{\text{оч}} = L_{\text{оч}}/\lambda = 3{,}2/0{,}4 = 8$$

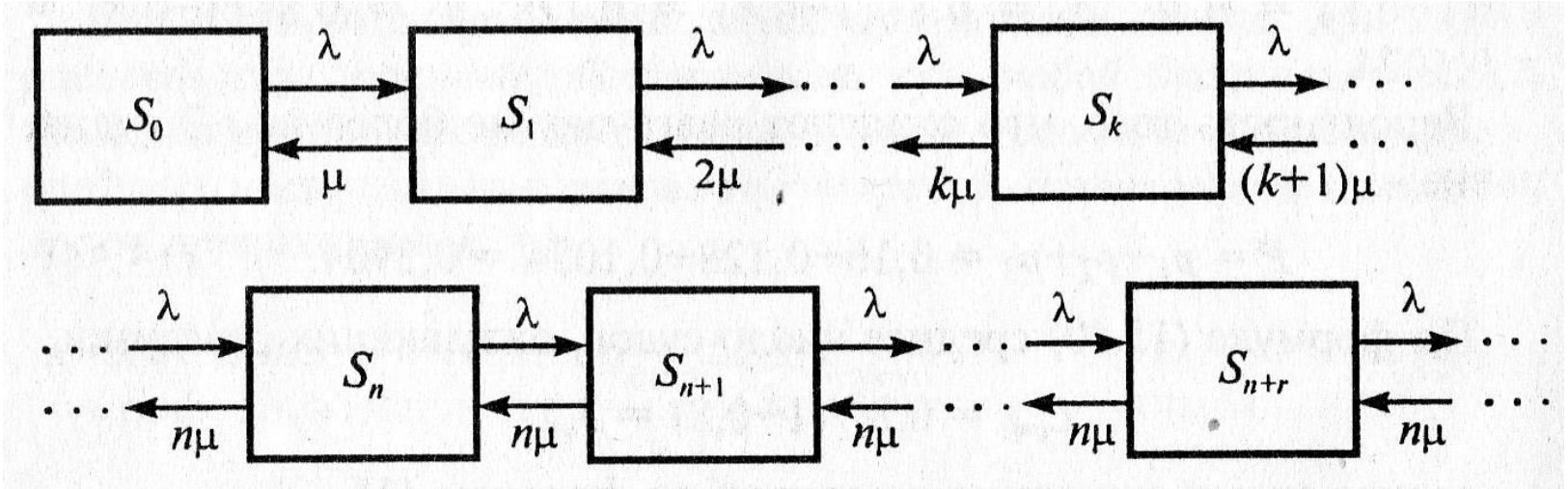
Среднее число судов, находящихся у причала,

$$L_{\text{сист}} = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0{,}8}{1-0{,}8} = 4 \text{ судна}$$

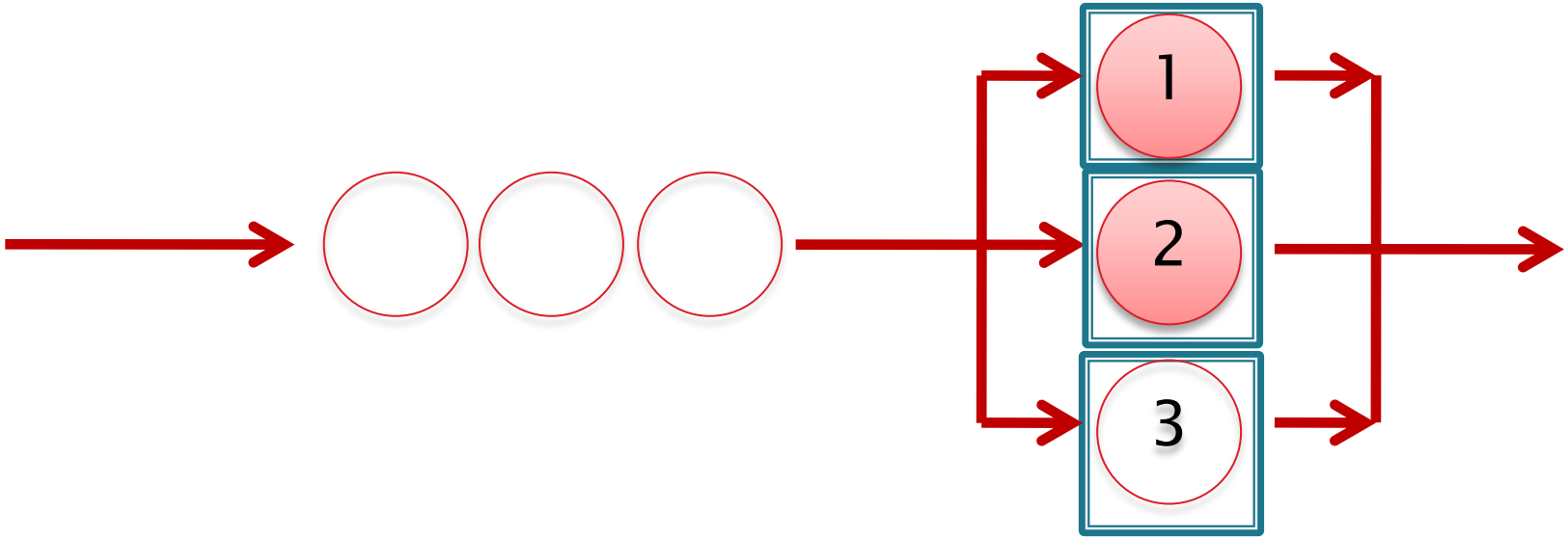
а среднее время пребывания судна у причала

$$\boldsymbol{T_{\text{сист}} = L_{\text{сист}}/\lambda = 4/0,4 = 10} \text{ суток}$$

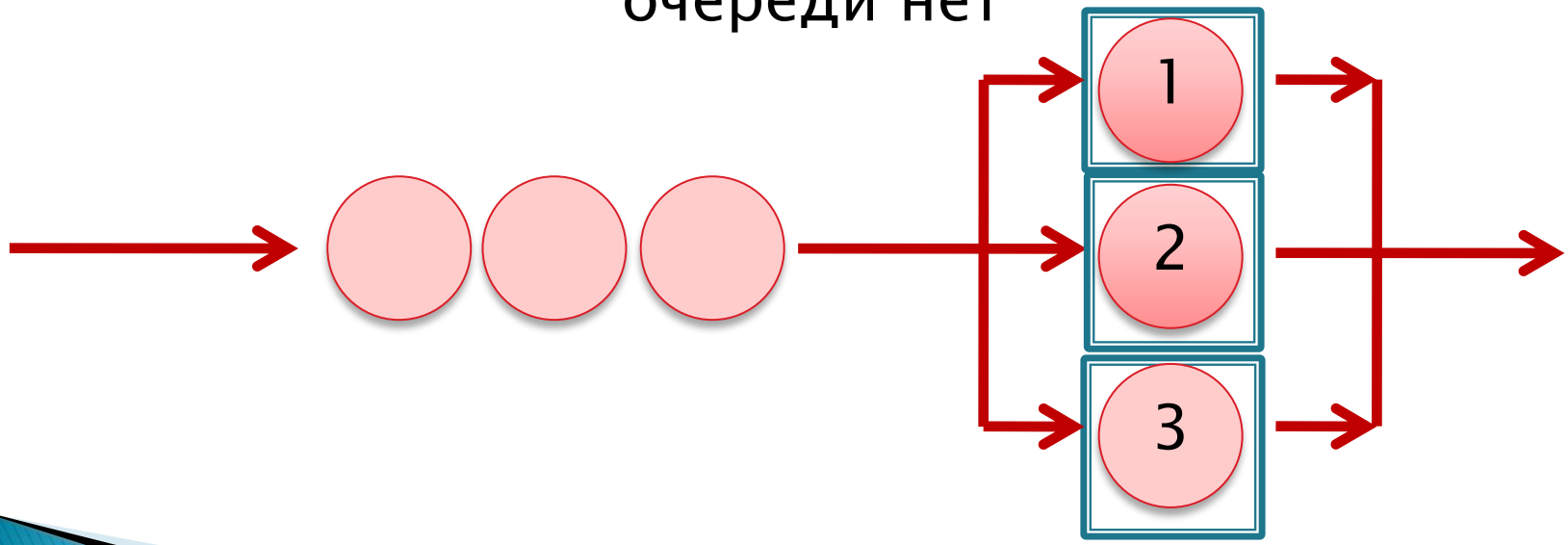
МНОГОКАНАЛЬНЫЕ СМО С НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОЧЕРЕДЬЮ



Система S (СМО) имеет следующие состояния :
S0 – нет заявок, все каналы свободны;
S1 – один канал занят (обслуживает заявку), ост. свободны; S2 – два канала заняты , остальные свободны, …,
Sn – все каналы заняты, очереди нет, …,
Sn+k – заняты все каналы, k заявок стоит в очереди и т.д..

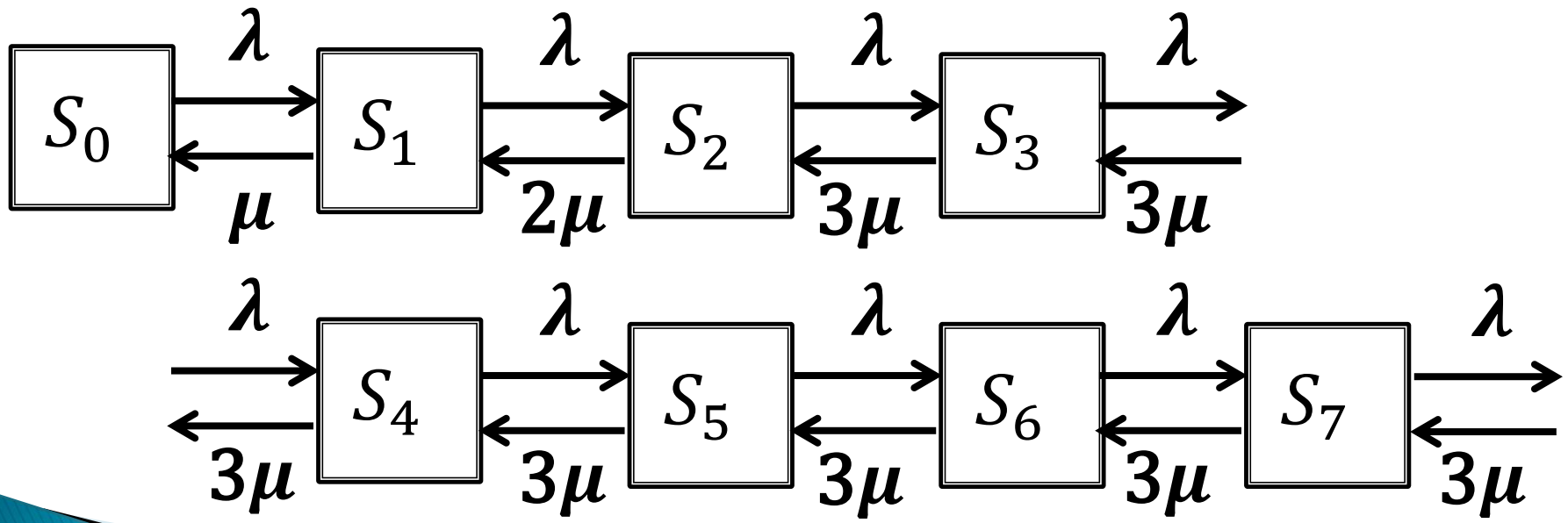


S2 – два канала заняты , остальные свободны, заявок в очереди нет



S6 – три канала заняты, заявок в очереди 3

В отличие от предыдущей СМО интенсивность потока обслуживания (переводящего систему из одного состояния в другое справа налево) не остается постоянной, а по мере увеличения числа заявок в СМО от 0 до *n* увеличивается от μ до *n*μ. ***При числе заявок большем, чем n, интенсивность потока обслуживания остается равной nμ***.



Предельные вероятности состояний:

$$p_0 = \left(1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \cdots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!\,(n-\rho)}\right)^{-1}$$

Вероятности состояний S1 … Sn

$$p_1 = \frac{\rho}{1!}p_0; \ldots; p_k = \frac{\rho^k}{k!}p_0; \ldots; p_n = \frac{\rho^n}{n!}p_0;$$

$$p_{n+1} = \frac{\rho^{n+1}}{n \cdot n!}p_0; \quad p_{n+r} = \frac{\rho^{n+r}}{n^r \cdot n!}p_0$$

Вероятность того, что заявка окажется в очереди:

$$P_{\text{оч}} = \frac{\rho^{n+1}}{n! \cdot (n-\rho)}p_0$$

Для *n*–канальной СМО с неограниченной очередью ***среднее число занятых каналов равно***

$$\bar{k} = \frac{\lambda}{\mu} = \rho$$

Среднее число заявок в очереди:

$$L_{\text{оч}} = \frac{\rho^{n+1} p_0}{n \cdot n! \cdot \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)^2}$$

Среднее число заявок в системе

$$L_{\text{сист}} = L_{\text{оч}} + \rho$$

Среднее время пребывания заявки в очереди и среднее время пребывания заявки в системе, как и ранее, находятся по формулам Литтла.

Для СМО с неограниченной очередью при $\rho < 1$ любая заявка, пришедшая в систему, будет обслужена, т.е.

- вероятность отказа $P_{\text{отк}} = 0$,
- относительная пропускная способность $Q = 1$,
- абсолютная пропускная способность равна интенсивности входящего потока заявок, т.е. $A = \lambda$.

ПРИМЕР 2

В магазине к узлу расчета поступает поток покупателей с интенсивностью $\lambda = 81$ человек в час. Средняя продолжительность обслуживания одного покупателя кассиром $\boldsymbol{T}_{\text{обс}} = 2$ мин. Определить:

а) минимальное количество кассиров n, при котором очередь не будет расти до бесконечности, и соответствующие показатели СМО;

б) оптимальное количество кассиров $n_{\text{опт}}$, при котором величина затрат $C = 3T_{\text{оч}} + n/\lambda$ будет минимальна, и соответствующие показатели СМО;

в) вероятность того, что в очереди будет не более 3 покупателей.

Имеем: $\boldsymbol{\lambda} = 81\ (1/\text{ч}) = 81/60 = 1{,}35\ (1/\text{мин})$.

а) $\boldsymbol{\rho = \lambda/\mu = \lambda T_{\text{обс}} = 1{,}35 \cdot 2 = 2{,}7}$. Очередь не будет расти при $\boldsymbol{\rho/n < 1}$. Таким образом, минимальное количество кассиров равно 3, так как 2,7/3 < 1.

Найдем показатели работы СМО при $\boldsymbol{n = 3}$

Вероятность того, что в узле расчета отсутствуют покупатели - $\boldsymbol{p_0}$

$$\boldsymbol{p_0 = \left(1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \cdots + \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^{n+1}}{n!\,(n-\rho)}\right)^{-1}}$$

$$p_0 = \left(1 + \frac{2{,}7}{1!} + \frac{2{,}7^2}{2!} + \frac{2{,}7^3}{3!} + \frac{2{,}7^4}{3!\,(3-2{,}7)}\right)^{-1} = 0{,}025$$

т.е. кассиры будут простаивать 2,5% рабочего времени.

Вероятность того, что покупатель окажется в очереди, $P_{\text{оч}}$

$$\boldsymbol{P_{\text{оч}} = \frac{\rho^{n+1}}{n! \cdot (n-\rho)} p_0}$$

$$P_{\text{оч}} = \frac{2.7^4}{3! \cdot (3 - 2.7)} \cdot 0{,}025 = 0.735$$

Среднее число занятых кассиров (среднее число занятых каналов)

$$\boldsymbol{k = \rho = 2,7}$$

ПОНЯТИЕ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

Процесс работы СМО представляет собой ***случайный процесс***.

Под ***случайным*** (вероятностным, или стохастическим) процессом понимается ***процесс изменения*** во времени состояния какой-либо системы ***в соответствии с вероятностными закономерностями***

Процесс называется процессом ***с дискретными состояниями***, если его возможные состояния S_1, S_2, S_3, … S_n ***можно заранее перечислить***, а переход системы из состояния в состояние происходит мгновенно (скачком).

Процесс называется процессом с ***непрерывным временем***, если моменты возможных переходов системы из состояния в состояние не фиксированы заранее, а ***случайны***

Процесс работы СМО представляет собой случайный процесс **с дискретными состояниями** и **непрерывным временем**

- заявки поступают в случайные моменты времени;
- время обслуживания заявок – случайная величина;
- возможные состояния системы можно перечислить;
- моменты перехода из одного состояния в другое не фиксированы заранее, а случайны

МАРКОВСКИЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС

Математический анализ работы СМО существенно упрощается, если процесс этой работы — ***марковский***

Случайный процесс называется ***марковским*** или ***случайным процессом без последействия***, если для любого момента времени t_0 вероятностные характеристики процесса в будущем зависят только от его состояния в данный момент и не зависят от того, когда и как система пришла в это состояние

ПОТОК СОБЫТИЙ

Под ***потоком событий*** понимается последовательность однородных событий, следующих одно за другим в какие-то случайные моменты времени

например, поток вызовов на телефонной станции, поток отказов компьютеров, поток покупателей и т.п.).

Поток характеризуется ***интенсивностью*** λ — частотой появления событий или средним числом событий, поступающих в СМО в единицу времени.

Поток событий называется ***стационарным***, если его вероятностные характеристики не зависят от времени;

Поток событий называется *регулярным*, если события следуют одно за другим через определенные равные промежутки времени. Например, поток изделий на конвейере сборочного цеха (с постоянной скоростью движения) является регулярным.

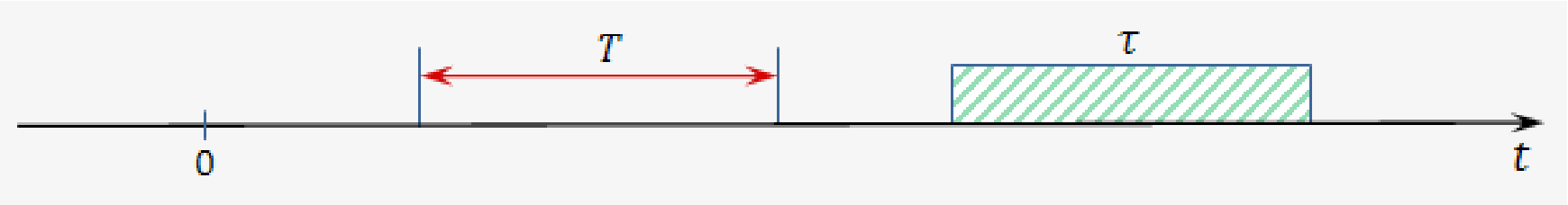
потоком без последействия, если для любых двух непересекающихся участков времени τ_1 и τ_2 — число событий, попадающих на один из них, не зависит от числа событий, попадающих на другие.

ординарным, если события появляются в нем поодиночке, а не группами

поток пассажиров, приходящих на автостанцию, практически не имеет последействия

ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

Поток событий называется **простейшим** (или **стационарным пуассоновским**), если он одновременно **стационарен, ординарен и не имеет последействия.**



Для простейшего потока число ***m*** событий (точек), попадающих на произвольный участок времени ***τ***, распределено по ***закону Пуассона***

$$P_m(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^m}{m!} e^{-\lambda\tau}$$

ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК СОБЫТИЙ

вероятность того, что за время τ не произойдет ни одного события (m=0), равна

$$P_0(\tau) = e^{-\lambda\tau}; P(T \geq t) = e^{-\lambda\tau}$$

Вероятность противоположного события (произойдет хотя бы одно событие) – это функция распределения t:

$$F(t) = P(T < t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

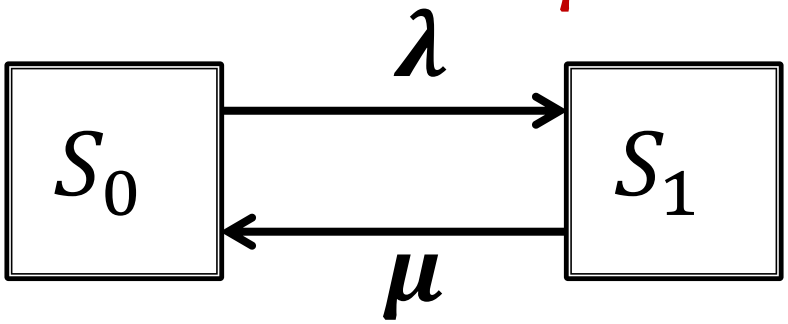
Вероятность попадания на элементарный (малый) отрезок времени Δt хотя бы одного события потока равна:

$$P_{\Delta t} = P(T < \Delta t) = 1 - e^{-\lambda \Delta t} \approx \lambda \Delta t$$

для интервала времени T любые сведения о том, сколько времени протекал этот интервал, **не влияют** на закон распределения оставшейся части

ПРИМЕР ГРАФА СОСТОЯНИЙ: ОДНОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА С ОТКАЗАМИ

Как правило, для любой СМО считаются заданными:
- ❑ интенсивность потока входящих заявок λ,
- ❑ интенсивность выходящего потока обслуженных заявок μ

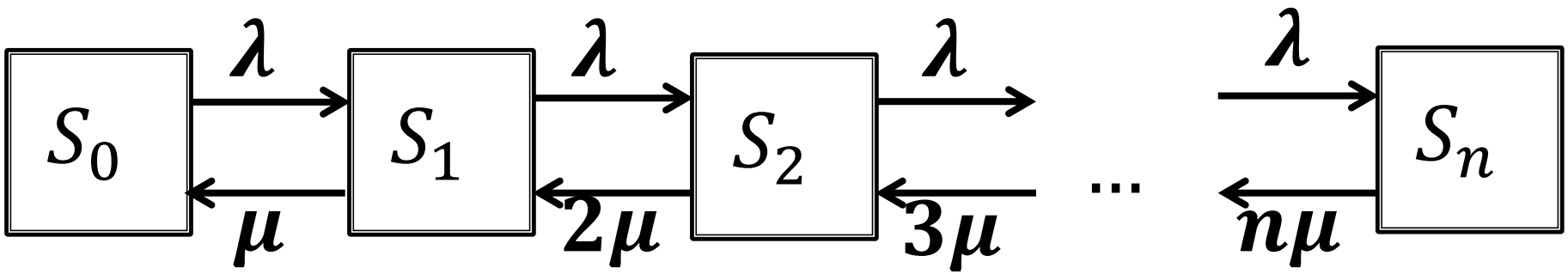


Возможные состояния системы:

S_0 — система свободна (заявок нет);

S_1 — система занята (обслуживает заявку), поступающие в этот момент заявки получают отказ

ПРИМЕР ГРАФА СОСТОЯНИЙ: МНОГОКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА С ОТКАЗАМИ



Возможные состояния системы:

S_0 — система свободна (заявок нет);

S_1 — занят один канал (система обслуживает 1 заявку)

S_1 — занято два канала (система обслуживает 2 заявки)

. . .

S_n — заняты все каналы (система обслуживает n заявок, поступающие в этот момент заявки

ПРИМЕР ГРАФА СОСТОЯНИЙ СИСТЕМЫ

Устройство S состоит из **двух узлов**, каждый из которых в случайный момент времени может выйти из строя, после чего мгновенно **начинается ремонт узла**, продолжающийся заранее неизвестное **случайное** время.

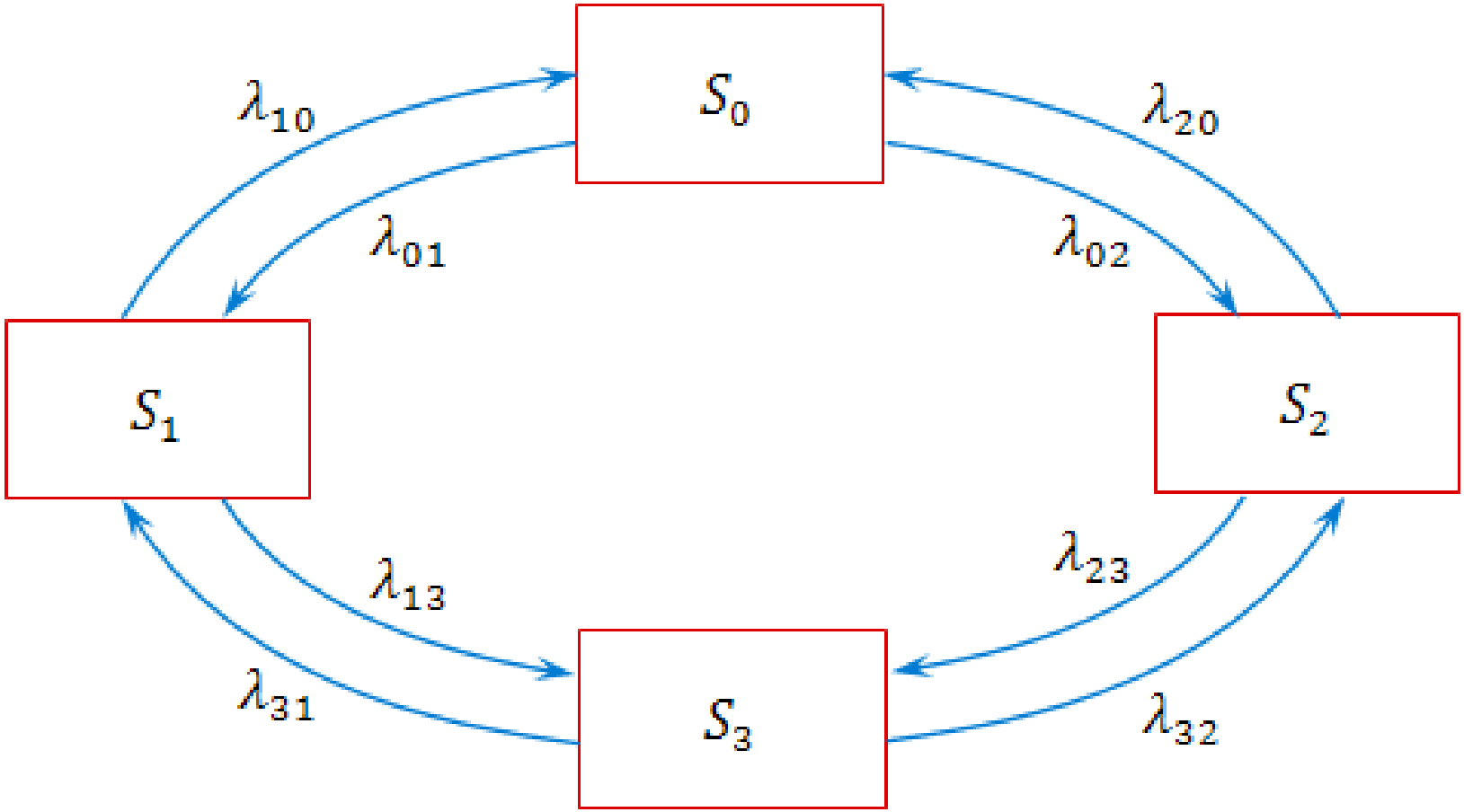
Возможные состояния системы:

S_0 — оба узла исправны;

S_1 — первый узел ремонтируется, второй исправен;

S_2 — второй узел ремонтируется, первый исправен;

S_3 — оба узла ремонтируются.



Стрелка, направленная, например, из S_0 в S_1, означает переход системы в момент отказа первого узла, из S_1 в S_0 — переход в момент окончания ремонта этого узла.

ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ СМО

Для любой СМО **должны быть заданы**:
интенсивность потока входящих заявок λ,
интенсивность обслуживания μ либо среднее время обслуживания заявки $T_{\text{обс}}$

A – **Абсолютная пропускная способность** СМО – среднее число заявок, которое может обслужить система за единицу времени

Q – **Относительная пропускная способность** СМО – средняя доля поступивших заявок, обслуживаемая системой, т.е. отношение среднего обслуживаемых за единицу времени заявок к среднему числу заявок, поступивших за это время в систему.

ПОКАЗАТЕЛИ РАБОТЫ СМО

Интенсивность выходящего потока обслуженных заявок μ и среднее время обслуживания одной заявки $T_{обс}$ связаны между собой:

$$\mu = \frac{1}{T_{обс}}; \quad T_{обс} = \frac{1}{\mu}$$

$P_{отк}$	Вероятность отказа – вероятность того, что заявка покинет СМО необслуженной
$L_{сист}$	Среднее число заявок в системе
$L_{оч}$	Среднее число заявок в очереди (длина очереди)
$T_{сист}$	Среднее время пребывания заявок в системе
$T_{оч}$	Среднее время пребывания заявок в очереди (длина очереди)
$P_{зан}$	Вероятность того, что канал занят (степень загрузки канала)

Спасибо за внимание