ДЕРЕКТЕРДІ ИНТЕЛЛЕКТУАЛДЫ ТАЛДАУ

Дәріс 13

Статистикалық гипотезаларды тексеру

Оспан Ә.Ғ., PhD, доцент-зерттеуші

ҚазҰУ, Жасанды интеллект және Big Data кафедрасы

2026-2027 оқу жылы

Дәрістің мақсаты мен мазмұны

Мақсат және оқу нәтижелері

- H0, H1 және тексеру бағытын талдауға дейін тұжырымдау
- p-мәнін есептеп, оны H0 ықтималдығынан ажырату
- Әсерді, шешімді және дизайн шектеулерін хабарлау

Дәріс мазмұны

1. **Тексеру жоспары**
2. **Статистика және құйрықтар**
3. **Қателер және қуат**
4. **Орташа мәндер мен үлестер**
5. **Көптік және қорытынды**

Тексеру сұрақ пен жоспардан басталады

1

Сұрақ және бірлік

Нені өлшейміз және қай бақылау тәуелсіз?

2

H0, H1 және alpha

Бағыт пен шекті нәтижені көрмей тұрып таңдаймыз.

3

Дизайн және критерий

Іріктеуді, метриканы және тоқтау ережесін бекітеміз.

4

Деректер және қорытынды

Әсерді, статистиканы, p-ні есептеп, шектеулерді тексереміз.

- Тексеру деректердің нақты модельмен үйлесімділігін бағалайды.
- Ізденістік және растаушы талдаулардың рөлдері әртүрлі.

Балама күдіктің бағытын анықтайды

Солжақты сұрақ

- H0: mu=14; H1: mu<14.
- Қызмет мерзімінің ықтимал азаюы қызықтырады.
- Экстремал мәндер сол жақ құйрықта орналасады.

Екіжақты сұрақ

- H0: mu=14; H1: mu!=14.
- Жарияланған мәннен кез келген айырма тексеріледі.
- Экстремалдық екі құйрықта ескеріледі.

H1 таңдау алынған әсердің таңбасымен емес, сұрақпен анықталады.

Z-статистика H0-ден ауытқуды өлшейді

$$z = (X_bar - mu0) / (sigma/sqrt(n))$$

Алым

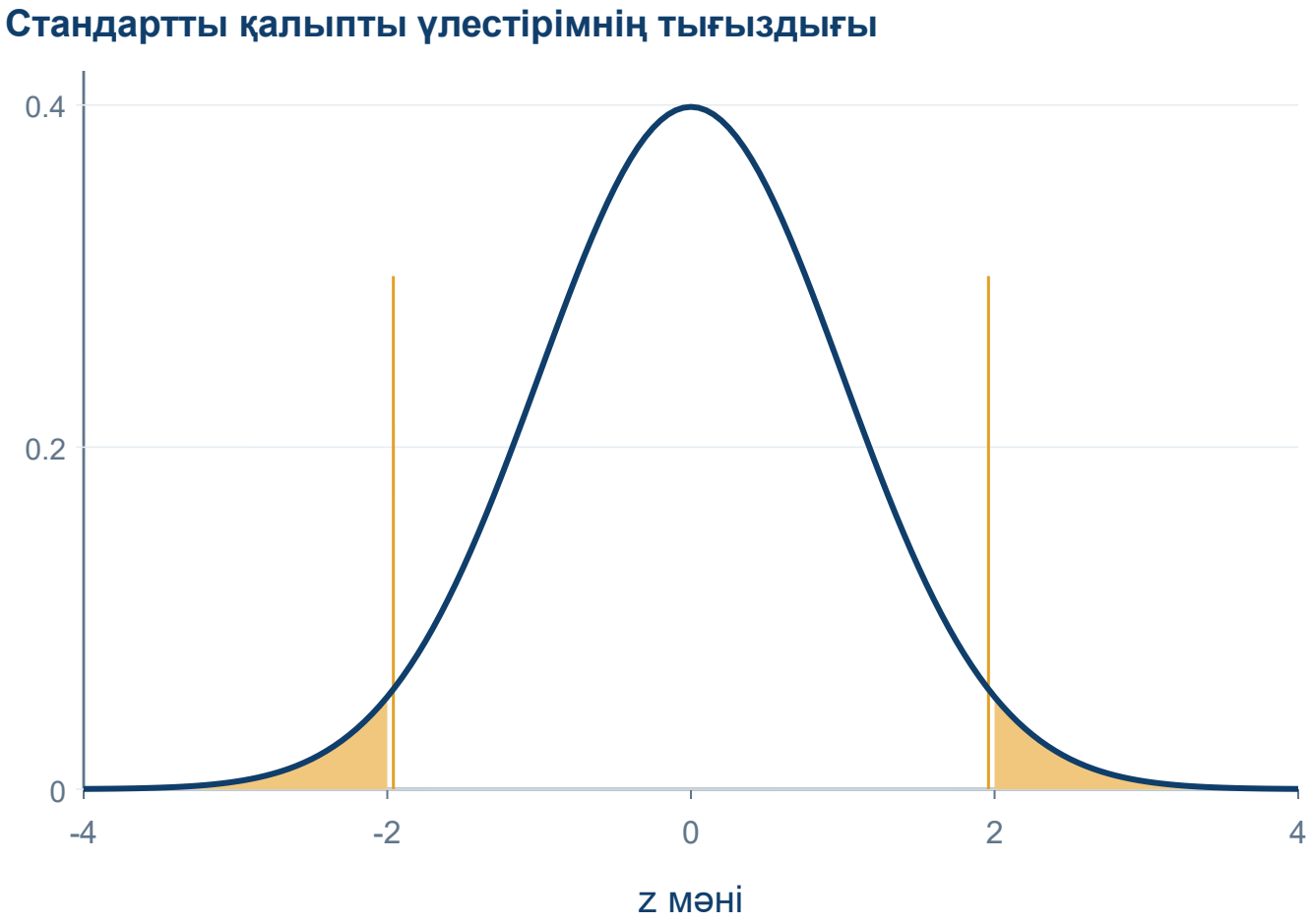
- Баға мен H0 арасындағы бақыланған айырма.
- Таңба айырманың бағытын көрсетеді.

Бөлім

- Берілген модельдегі орташаның стандартты қатесі.
- Белгілі sigma және негізделген орташа мән моделін талап етеді.

X_bar=13.5, mu0=14, sigma=2, n=64: SE=0.25; z=-2.

p-мәні таңдалған құйрыққа тәуелді



Нөлдік модельдегі ықтималдық

- Сол жақ H1: p=norm.cdf(z).
- Оң жақ H1: p=norm.sf(z).
- Екіжақты H1: p=2*norm.sf(abs(z)).
- Аудан одан кем емес экстремал нәтижелер үшін есептеледі.

H0 шарттары мен таңдалған бағыт p-мәнінен бұрын берілуі керек.

Бір статистика — алдын ала қойылған екі бөлек сұрақ

Python мысалы

```
import numpy as np
from scipy.stats import norm, ttest_1samp

z = (13.5 - 14) / (2 / np.sqrt(64))
p_left = norm.cdf(z)
p_two = 2 * norm.sf(abs(z))
print(z, round(p_left, 5), round(p_two, 5))
print('Сол жақты H0 жоққа шығарылды:', p_left < 0.05)
```

Нәтиже: -2.0 0.02275 0.04550; сол жақ H0 жоққа шығарылды: True

Статистика

- Орташа мәннің ауытқуы -0.5 ай.
- 0.25 стандартты қате z=-2 береді.

Шешім

- p алдын ала таңдалған alpha-мен салыстырылады.
- Салыстыру дөңгелектеуге дейін орындалады.

p-мәні нені хабарламайды?

Дұрыс

- H0 және модель кезінде деректер экстремалдығының ықтималдығы.
- p<alpha: көрсетілген тест H0-ді жоққа шығарады.
- p>=alpha: H0-ді жоққа шығаруға негіз жеткіліксіз.

Дұрыс емес

- «p — H0 ақиқаттығының ықтималдығы».
- «Үлкен p дәл теңдікті дәлелдейді».
- «Шағын p себептілікті немесе қасақаналықты дәлелдейді».

H0-ді жоққа шығармау әсер шамасы туралы белгісіздікті сақтайды.

Екі текті қате және қуат

Шынайы жағдай	H0 жоққа шығарылмады	H0 жоққа шығарылды
H0 дұрыс	Дұрыс сақтап қалу	I текті қате
Нақты H1 дұрыс	II текті қате	Әсерді анықтау
Рәсімді бақылау	beta әсерге тәуелді	alpha I текті қатені шектейді
Қуат	Бір минус p-ге тең емес	1-beta

Шағын p, жоғары қуат және үлкен әсер — әртүрлі ұғымдар.

Белгісіз sigma: біртаңдамалық T-тексеру

Python мысалы

```
returns = np.array([
    6.1, 9.2, 11.5, 8.6, 12.1,
    3.9, 8.4, 10.1, 9.4, 8.9,
])
result = ttest_1samp(
    returns, popmean=10, alternative='less')
print('Орташа мән:', returns.mean())
print('t:', result.statistic, 'p:', result.pvalue)
print('H0-ді жоққа шығару:', result.pvalue < 0.05)
```

Шарт

- H0: mu=10; H1: mu<10.
- Тәуелсіз, жуық қалыпты таңдама.

Түсіндіру

- Белгісіз шашырау таңдама бойынша бағаланады.
- Үлкен p дәл теңдікті растамайды.

Мазмұнды нәтиже тек p-ні емес, әсер мен белгісіздікті қамтиды.

Екі топ: тәуелсіз немесе жұпталған дизайн

Тәуелсіз топтар

- A және B-де әртүрлі тәуелсіз нысандар.
- Уэлч: equal_var=False; тең дисперсия талап етілмейді.
- Әсер mean_A-mean_B түрінде жазылады.

Жұпталған бақылаулар

- Бір нысандар дейін және кейін өлшенеді.
- Талдау бірлігі — жұп ішіндегі айырма.
- Қайталама өлшемдер тәуелсіз адамдар санын арттырмайды.

Функция нәтиженің ыңғайына емес, бақылаулар құрылымына қарай таңдалады.

Үлесті тексеруде қате H0 кезінде есептеледі

$$z = (p_hat-p0)/sqrt(p0*(1-p0)/n)$$

Нөлдік модель

- SE ішінде p0 қолданылады, себебі H0 жорамалданады.
- Күтілетін n*p0 және n*(1-p0) тексеріледі.
- Бір нысан бір тәуелсіз бинарлық нәтиже береді.

Шектеулер

- Сирек оқиғаларда қалыпты жуықтау нашар болуы мүмкін.
- Бір қатысушының қайталама жауаптары тәуелсіз емес.
- Жауап берушілердің өзіндік іріктеуін формула жоймайды.

k=87, n=125: p_hat=0.696; H0: p=0.75; H1: p<0.75.

Жиырма тексеру жалған нәтиже қаупін өзгертеді

P(кемінде бір қате) = 1-(1-alpha)m**

H0 дұрыс кездегі тәуелсіз тексерулер

- Отбасылық қауіп жеке тест деңгейінен жоғары.
- Формула тесттердің тәуелсіздігін талап етеді.

Көптікті бақылау

- Бонферрони: p-ні alpha/m-мен салыстыру.
- m таңдалған отбасының барлық тексеруіне қатысты.
- Алдын ала жоспар ыңғайлы таңдау қаупін азайтады.

Табылған бір маңыздылық туралы есеп бүкіл іздеуді ескеруі керек.

Football: топтарды сипаттау және шартты модель

Файлдан не белгілі?

- GK тобының және қалған жолдардың көлемдері.
- Орташа Age мәндері және олардың бақыланған айырмасы.
- Файл тарихи: 12897 жол және 42 баған.

Қосымша негізді не талап етеді?

- Бас жиынтық және іріктеу механизмі.
- Клубтарды ескергендегі ойыншылар тәуелсіздігі.
- Себептілік және қазіргі құрамдарға жалпылау.

Тәуелсіздік моделіндегі оқу р-мәні зерттеу дизайнын алмастырмайды.

Мазмұнды қорытынды статистикалық маңыздылықтан кең

Статистика

- H0/H1, alpha, критерий, статистика және p.
- Шешімді дөңгелектеуге дейін салыстырады.

Әсер

- Айырма шамасы мен бастапқы бірліктердегі аралық.
- Практикалық мағына пәндік есеппен анықталады.

Дизайн

- Іріктеу, тәуелсіздік, тоқтау және көптік.
- Жоққа шығармау H0-ді, маңыздылық себептілікті дәлелдемейді.

Дәрістің негізгі нәтижелері

1. H1 бағыты, alpha және тоқтау ережесі тексеруге дейін беріледі.
2. p-мәні H0 және модель кезіндегі статистика экстремалдығын сипаттайды.
3. p>=alpha H0-ді жоққа шығаруға негіз жеткіліксіз екенін білдіреді.
4. Критерий дизайнға қарай таңдалады: бір таңдама, жұптар не тәуелсіз топтар.
5. Әсер, аралық, көптік және шектеулер қорытындыға кіреді.

Түсінуді тексеру және өзіндік жұмыс

1. Шарт пен оқиғаның орнын ауыстырмай p-мәнін қалай анықтаймыз?
2. p=0.2 неліктен H0-ді дәлелдемейді?
3. Тәуелсіз топтардың орнына жұп айырмаларын қашан талдайды?
4. Үлкен n әсердің практикалық маңызына неліктен кепіл емес?
5. Бір тест орнына жиырма тест болса, не өзгереді?

Өзіндік жұмыс

z=-1.92 үшін сол жақ, оң жақ және екіжақты p табыңыз. Есептеуге дейін қайсысы алдын ала қойылған салмақ жетіспеуі сұрағына жауап беретінін анықтаңыз.

Құжаттама және бастапқы материалдар

Құжаттама

1. SciPy: біртаңдамалық t-тексеру

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.ttest_1samp.html

2. SciPy: тәуелсіз топтар және Уэлч

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.ttest_ind.html

3. SciPy: дәл биномиалдық тексеру

https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.binomtest.html

Дәрістің негізі

- Берілген 13-дәрістің гипотезаларды тексеру жөніндегі презентациясы
- Берілген 13-зертханалық жұмыстың гипотезаларды тексеру жөніндегі материалы
- Берілген 13-зертханалық жұмыстың жауаптары бар материалы