Пән: Бизнесте басқару шешімдерін қабылдауды қолдау жүйелері

Бизнес-үдерістерді басқарудың сызықтық емес эконометриялық модельдері

Дәріс 10

Шаяхметова А.С., PhD, қауымдастырылған профессор
Жасанды интеллект және Big Data кафедрасы
2026-2027 оқу жылы

Дәрістің мақсаты

Сызықтық емес эконометриялық модельдердің мәнін және бизнес-үдерістерді басқарудағы рөлін түсіндіру. Негізгі модель түрлерін (степенді, көрсеткіштік, логистикалық) қарастыру. Бағалау әдістерімен және модель сапасын тексеру тәсілдерімен таныстыру. Практикалық мысал арқылы қолдану мүмкіндіктері мен шектеулерін көрсету.

1. **Ұғым & рөлі**
2. **Модель түрлері**
3. **Бағалау & қолдану**

Дәріс жоспары

1. Сызықтық емес модельдер ұғымы және бизнес-үдерістер
2. Сызықтық емес регрессия түрлері
3. Сызықтық емес модельдерді бағалау әдістері
4. Модельді құру, бағалау және қолдану

Сызықтық емес модель дегеніміз не?

1. Айнымалылар арасындағы байланыс түзу сызықпен сипатталмайтын эконометриялық модель

2. Жалпы түрі: $Y = f(X, \beta) + \varepsilon$, мұндағы f — сызықтық емес функция

3. Факторлардың әсері бірқалыпты емес: қанығу, кему кірісі, өсу кірісі

4. Бизнес-үдерістерде: сатылымның жарнамаға, өнімділіктің жүктемеге тәуелділігін сипаттайды

Неліктен сызықтық емес модельдер қажет?

1. Нақты бизнес-үдерістерде байланыс сирек түзу сызықты болады
2. Кему кірісі: жарнама шығыны өскен сайын қосымша табыс азаяды
3. Масштаб әсері: көлем артқанда шығын өзгеруінің қарқыны өзгереді
4. Қанығу: нарық сыйымдылығы шектеулі, өсу баяулайды
5. Сызықтық модель мұндай жағдайларда жүйелі қате болжам береді

Сызықтық емес модельдердің негізгі түрлері

Степенді

$Y = A \cdot X^{\beta}$

Көрсеткіштік

$Y = a \cdot e^{bx}$

Полиномдық

$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$

Логистикалық

$Y = K / (1 + e^{-z})$

Мысалдар:

- Өндіріс көлемі = A·K^α·L^β (Кобб–Дуглас)
- Сатылым = f(жарнама) — қанығу әсері
- Технологияны тарату — S-тәрізді қисық
- Клиенттердің кету ықтималдығы — logit-модель

Степенді модель (Кобб-Дуглас)

$$Y = A \cdot X^{\beta} \cdot e^{\varepsilon}$$

Логарифмдеу: $\ln Y = \ln A + \beta \cdot \ln X + \varepsilon$

A	масштаб коэффициенті
β	икемділік: X 1%-ға өзгерсе, Y шамамен β%-ға өзгереді
β < 1	кему кірісі; β = 1 — тұрақты; β > 1 — өсу кірісі
Өндіріс	$Q = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta}$ (Кобб–Дуглас өндіріс функциясы)

Көрсеткіштік және логарифмдік модельдер

Көрсеткіштік: $Y = a \cdot e^{bx} \rightarrow \ln Y = \ln a + bX$

Модель	Теңдеуі	Коэффициент мәні
Лог-лог	$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln X$	X 1%-ға өссе, Y ≈ β_1%-ға өзгереді
Лог-лин	$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 X$	X 1 бірлікке өссе, Y ≈ 100·β_1%-ға өзгереді
Лин-лог	$Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln X$	X 1%-ға өссе, Y ≈ β_1/100 бірлікке өзгереді

Логистикалық модель (S-тәрізді қисық)

$$Y = K / (1 + e^{-(\beta_0+\beta_1 x)}),\ K \text{ — қанығу деңгейі}$$

1. Баяу бастау, жылдам өсу және қанығу кезеңдерін сипаттайды
2. Өнімді нарыққа енгізу, технологияны тарату үдерістеріне қолданылады
3. Logit-модель: клиенттің кету ықтималдығы $P = 1 / (1 + e^{-z})$
4. Параметрлер максималды ақиқаттылық әдісімен бағаланады

Линеаризация (түрлендіру) әдісі

Модель	Бастапқы түрі	Сызықтық түрі
Степенді	$Y = A \cdot X^{\beta}$	$\ln Y = \ln A + \beta \cdot \ln X$
Көрсеткіштік	$Y = a \cdot e^{bx}$	$\ln Y = \ln a + bX$
Гиперболалық	$Y = \beta_0 + \beta_1 / X$	$Y = \beta_0 + \beta_1 Z,\ Z = 1/X$
Квадраттық	$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2$	$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z,\ Z = X^2$

Ескерту: логарифмдеу қалдықтардың таралуын өзгертеді, сондықтан қалдықтарды тексеру қажет.

Сызықтық емес бағалау: NLS және MLE

1. Параметрлер бойынша сызықтық емес модельдерді түрлендіру арқылы сызықтандыру мүмкін болмайды
2. NLS: $\Sigma(Y_i - f(X_i, \beta))^2 \rightarrow \min$
3. Итерациялық алгоритмдер: Гаусс–Ньютон, Левенберг-Марквардт
4. Бастапқы мәндерді таңдау және жергілікті минимум мәселесі
5. MLE — logit, probit модельдері үшін

Модель құру кезеңдері

1. Мәселені қою
2. Деректерді жинау
3. Спецификация
4. Бағалау
5. Диагностика
6. Болжау & қолдану

Көрсеткіш	Мәні
R^2	Модельдің түсіндіру қабілеті (0–1)
AIC / BIC	Модельдерді салыстыру (мәні кіші — жақсы)
RMSE, MAPE	Болжам қателігінің көлемі
RESET (Рамсей)	Спецификацияның дұрыстығын тексеру

Практикалық мысал: сатылым және жарнама

Модель: Сатылым = $A \cdot Жарнама^{\beta} \cdot \varepsilon$

Ай	Жарнама (мың тг)	Сатылым (млн тг)
Қаңтар	10	60
Ақпан	20	95
Наурыз	30	120
Сәуір	40	135
Мамыр	50	145

Жарнама өскен сайын сатылымның өсімі баяулайды — байланыс сызықтық емес.

Мысал бойынша бағалау нәтижесі

Модель	Бағаланған теңдеу	R^2
Сызықтық	Сатылым = 48,0 + 2,1·Жарнама	0,944
Степенді	Сатылым = 17,27·Жарнама$^{0.557}$	**0,979**

β ≈ 0,56 < 1	жарнама 1%-ға өссе, сатылым ≈ 0,56%-ға өседі (кему кірісі)
Степенді	деректерге жақсырақ сәйкес келеді (R^2 жоғары)
Болжам	жарнама 60 мың тг болса, сатылым ≈ 169 млн тг

Қолдану салалары

1. Сатылымды жарнама мен бағаға байланысты болжау
2. Өндіріс функциясын бағалау және масштаб әсерін талдау
3. Клиенттердің кету ықтималдығын бағалау (logit)
4. Өнімнің өмірлік циклі және инновацияны тарату
5. Тәжірибе қисығы бойынша шығындарды болжау

Шектеулер мен тәуекелдер

1. Көп және сапалы деректер қажет
2. Бастапқы мәндер мен алгоритмге тәуелділік
3. Overfitting — күрделі модель тек үйрету деректеріне сәйкес келеді
4. Нәтижені түсіндіру сызықтық модельге қарағанда қиынырақ
5. Деректер аумағынан тыс экстраполяция қате болжамға әкеледі

Қорытынды

1. Сызықтық емес модельдер қанығу және масштаб әсерлерін дәл сипаттайды
2. Негізгі түрлері: степенді, көрсеткіштік, полиномдық, логистикалық
3. Бағалау әдістері: линеаризация + OLS, NLS, MLE
4. Модель R^2, AIC/BIC, RMSE және RESET тесті арқылы тексеріледі
5. Дұрыс таңдалған модель болжам сапасын арттырады

Әдебиеттер

1. Трофимова Л.А., Трофимов В.В. Методы принятия управленческих решений. — М.: Юрайт, 2024.

2. Бусов В.И., Лябах Н.Н., Саткалиева Т.С., Таспенова Г.А. Теория и практика принятия управленческих решений. — М.: Юрайт, 2024.

3. Liu S., Zaraté P. et al. (eds.). Decision Support Systems XIII. — Cham: Springer, 2023.

4. James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R., Taylor J. An Introduction to Statistical Learning: with Applications in Python. — Springer, 2023.

Назарларыңызға рахмет!

Бизнес-үдерістерді басқарудың
сызықтық емес эконометриялық модельдері

Дәріс 10