Пән: Бизнесте басқару шешімдерін қабылдауды қолдау жүйелері

Эконометриялық модельдердің сапасын, барабарлығын және орнықтылығын бағалау

Дәріс 11

Шаяхметова А.С., PhD, қауымдастырылған профессор
Жасанды интеллект және Big Data кафедрасы
2026-2027 оқу жылы

Дәрістің мақсаты

Эконометриялық модельдің сапасын, барабарлығын және орнықтылығын бағалаудың мәнін түсіндіру. Негізгі сапа көрсеткіштерін (R^2, t, F, AIC/BIC, RMSE, MAPE) қарастыру. Қалдықтарды талдау мен диагностикалық тесттермен таныстыру. Модель параметрлерінің тұрақтылығын және болжау қабілетін тексеру әдістерін көрсету.

1. **Сапа көрсеткіштері**
2. **Барабарлық**
3. **Орнықтылық**

Дәріс жоспары

1. Модель сапасын бағалау ұғымы
2. Модель сапасының көрсеткіштері
3. Модельдің барабарлығын тексеру
4. Модельдің орнықтылығы және валидациясы

Модель сапасы деген не?

1. Модельдің нақты деректерді қаншалықты дәл сипаттайтынын көрсететін сипаттама
2. Сапа — үш қасиеттің жиынтығы: дәлдік, барабарлық және орнықтылық
3. Дәлдік — модель деректерді және болжам қателігін қаншалықты аз беретіні
4. Барабарлық — модельдің болжамдары (Гаусс-Марков) орындалатыны
5. Орнықтылық — параметрлер мен болжам уақыт пен деректер өзгергенде тұрақты болатыны

Модельді бағалау үдерісі

1. **Сапа көрсеткіштері**
2. **Барабарлықты тексеру**
3. **Орнықтылықты тексеру**
4. **Шешім қабылдау**

Сұрақтар:

- Модель деректерді жеткілікті дәл түсіндіре ме?
- Қалдықтар Гаусс-Марков болжамдарына сәйкес келе ме?
- Параметрлер басқа кезеңдер мен таңдамаларда тұрақты ма?
- Болжам жаңа деректерде жақсы жұмыс істей ме?

Детерминация коэффициенті R^2

$$R^2 = 1 - RSS / TSS = ESS / TSS$$
$$\text{Adjusted } R^2 = 1 - (1 - R^2)\cdot(n - 1) / (n - k - 1)$$

RSS	қалдықтардың квадраттар қосындысы
TSS	жалпы квадраттар қосындысы
ESS	модельмен түсіндірілген квадраттар қосындысы
$R^2 \in [0; 1]$	1-ге жақын болса, модель деректерді жақсы түсіндіреді
Adjusted R^2	факторлар қосылған сайын R^2 өседі, сондықтан қолданылады

Статистикалық мәнділікті тексеру

Тест	Нөлдік гипотеза	Шешім
t-статистика	H_0: $\beta_j = 0$ (фактор әсер етпейді)	$\lvert t \rvert > t_кр$ немесе $p < 0,05$ — фактор мәнді
F-статистика	H_0: $\beta_1 = \ldots = \beta_k = 0$	$F > F_кр$ немесе $p < 0,05$ — модель мәнді
Сенім аралығы	$\beta_j \pm t_кр \cdot se(\beta_j)$	Аралық 0-ді қамтымаса — коэффициент мәнді

Ақпараттық критерийлер: AIC және BIC

$$AIC = 2k - 2 \cdot \ln L, \quad BIC = k \cdot \ln n - 2 \cdot \ln L$$

k, n, L	параметр саны, бақылау саны, ақиқаттылық функциясы
Салыстыру	модельдерді салыстыру үшін қолданылады: мәні кіші модель жақсы
Айыппұл	екеуі де модель күрделілігі үшін айыппұл салады
BIC	күрделі модельді AIC-ке қарағанда қатаңырақ жазалайды

Болжам дәлдігінің көрсеткіштері

Көрсеткіш	Формуласы	Ерекшелігі
MAE	$(1/n)\cdot\Sigma\lvert Y_i - \hat{Y}_i\rvert$	Орташа абсолютті қате, шығу бірлігімен
RMSE	$\sqrt{[(1/n)\cdot\Sigma(Y_i - \hat{Y}_i)^2]}$	Үлкен қателерге сезімтал
MAPE	$(100\%/n)\cdot\Sigma\lvert Y_i - \hat{Y}_i\rvert / Y_i$	Пайыздық қате, салыстыруға ыңғайлы

Көрсеткіш мәні кіші болған сайын болжам дәлірек.

Диагностикалық тесттер

Мәселе	Тест	Шешу жолы
Гетероскедастикалық	Бройш-Пэган, Уайт	Робасты қателер, WLS
Автокорреляция	Дарбин–Уотсон, Бройш–Годфри	Newey-West, AR-термин қосу
Мультиколлинеарлық	VIF > 10	Факторды алып тастау, ridge
Қалдықтар қалыпты емес	Жарк-Бера	Түрлендіру, үлкен таңдама
Спецификация қатесі	RESET (Рамсей)	Модель түрін өзгерту

Дарбин-Уотсон статистикасы

$$DW = \Sigma(e_t - e_{t-1})^2 / \Sigma e_t^2 \approx 2\cdot(1 - \rho), \quad 0 \le DW \le 4$$

Оң автокорр.	Белгісіз	Автокорреляция жоқ	Белгісіз	Теріс автокорр.

0 dL dU 4−dU 4−dL 4

DW ≈ 2 — қалдықтарда автокорреляция жоқ

DW < 2 — оң автокорреляция; DW > 2 — теріс автокорреляция

dL, dU — кесте бойынша n және k-ға тәуелді критикалық мәндер

Орнықтылықты бағалау әдістері

1. Параметрлердің тұрақтылығы: Чоу тесті, CUSUM, рекурсивті бағалау
2. Таңдама өзгергенде коэффициенттердің өзгеруін тексеру
3. Bootstrap — параметрлердің сенім аралығын қайталанатын таңдамалар арқылы бағалау
4. Сезімталдық талдауы: бастапқы деректердегі шамалы өзгерістің әсері
5. Шеткі бақылаулар мен ауытқуларды (outlier) тексеру

Чоу тесті (құрылымдық тұрақтылық)

$$F = [(RSS_p - (RSS_1 + RSS_2)) / k] / [(RSS_1 + RSS_2) / (n - 2k)]$$

RSS_p	бүкіл таңдама бойынша қалдықтар қосындысы
RSS_1, RSS_2	екі бөлік бойынша қалдықтар қосындылары
k, n	параметр саны, бақылау саны
H_0	екі кезеңде коэффициенттер бірдей
Шешім	F > F_кр болса, құрылымдық өзгеріс бар (дағдарыс, жаңа саясат)

Валидация әдістері

Әдіс	Мәні	Қолдану
Hold-out	Деректер үйрету және тест бөліктеріне бөлінеді	Үлкен таңдама
k-fold кросс-валидация	Деректер k бөлікке бөлінеді, модель k рет тексеріледі	Шағын және орташа таңдама
Rolling window	Уақыт терезесі жылжытылып бағаланады	Уақыт қатарлары

Үйрету деректеріндегі жоғары R^2 жаңа деректерде жақсы болжамға кепілдік бермейді.

Мысал: екі модельді салыстыру

Алдыңғы дәрістегі сатылым және жарнама деректері (n = 5)

Көрсеткіш	Сызықтық модель	Степенді модель
R^2	0,944	**0,979**
RMSE	7,21	**4,48**
MAPE, %	7,10	**3,44**
AIC	23,76	**19,00**

Степенді модельдің барлық көрсеткіші жақсы; бірақ n = 5 өте аз, валидация қажет.

Жиі кездесетін қателер

1. Тек R^2-ге сүйеніп модельді таңдау
2. Қалдықтарды және диагностикалық тесттерді тексермеу
3. Үйрету деректерінде ғана бағалау (overfitting)
4. Құрылымдық өзгерістерді (дағдарыс, саясат) ескермеу
5. Корреляцияны себеп-салдарлық байланыс ретінде түсіндіру

Қорытынды

1. Модель сапасы дәлдік, барабарлық және орнықтылық арқылы бағаланады
2. Дәлдік: R^2, Adjusted R^2, t, F, AIC/BIC, RMSE, MAPE
3. Барабарлық: қалдықтар талдауы, DW, Бройш-Пэган, VIF, RESET
4. Орнықтылық: Чоу тесті, CUSUM, кросс-валидация, bootstrap
5. Тек барлық тексеруден өткен модель шешім қабылдауға жарамды

Әдебиеттер

1. Трофимова Л.А., Трофимов В.В. Методы принятия управленческих решений. — М.: Юрайт, 2024.

2. Бусов В.И., Лябах Н.Н., Саткалиева Т.С., Таспенова Г.А. Теория и практика принятия управленческих решений. — М.: Юрайт, 2024.

3. Liu S., Zaraté P. et al. (eds.). Decision Support Systems XIII. — Cham: Springer, 2023.

4. James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R., Taylor J. An Introduction to Statistical Learning: with Applications in Python. — Springer, 2023.

Назарларыңызға рахмет!

Эконометриялық модельдердің сапасын,
барабарлығын және орнықтылығын бағалау

Дәріс 11