Пәні: Бизнесте басқару шешімдерін қабылдауды қолдау жүйелері

Өндірістік функциялар және оларды басқарушылық шешімдерді әзірлеуде қолдану

Дәріс №6

Шаяхметова А.С., PhD, қауымдастырылған профессор
Жасанды интеллект және Big Data кафедрасы
2026-2027 оқу жылы

Дәрістің мақсаты

Өндірістік функция ұғымын, оның қасиеттері мен түрлерін түсіндіру. Жалпы, орташа және шекті өнім көрсеткіштерін және кемімелі қайтарым заңын талдау. Кобб-Дуглас функциясының параметрлерін бағалау және олардың негізінде басқарушылық шешімдер әзірлеу тәсілдерін қарастыру.

1. **Өндірістік функция**
2. **Өнім көрсеткіштері**
3. **Кобб-Дуглас функциясы**
4. **Шешім қабылдау**

Дәріс жоспары

1. Өндірістік функция ұғымы және қасиеттері
2. Жалпы, орташа және шекті өнім
3. Өндірістік функциялардың түрлері: Кобб-Дуглас
4. Өндірістік функцияларды шешім қабылдауда қолдану

Өндірістік функция дегеніміз не?

1. Өндірістік функция - жұмсалған факторлар мен максималды өнім көлемі арасындағы тәуелділік: Q = f(L, K, …)
2. Ол кәсіпорын технологиясының математикалық сипаттамасы болып табылады
3. Кәсіпорын, сала немесе ел деңгейінде құрылады
4. Бастапқы деректер: уақыттық қатарлар немесе кеңістіктік (кәсіпорындар бойынша) деректер

Өндірістік функцияның қасиеттері

Монотондылық
Фактор артса, өнім кемімейді

Кемімелі қайтарым
Шекті өнім бірте-бірте азаяды

Алмастырымдылық
Факторлар бір-бірін ішінара алмастырады

Масштаб әсері
Тұрақты, өспелі немесе кемімелі

Өндірістік функцияны құру кезеңдері



Жалпы, орташа және шекті өнім

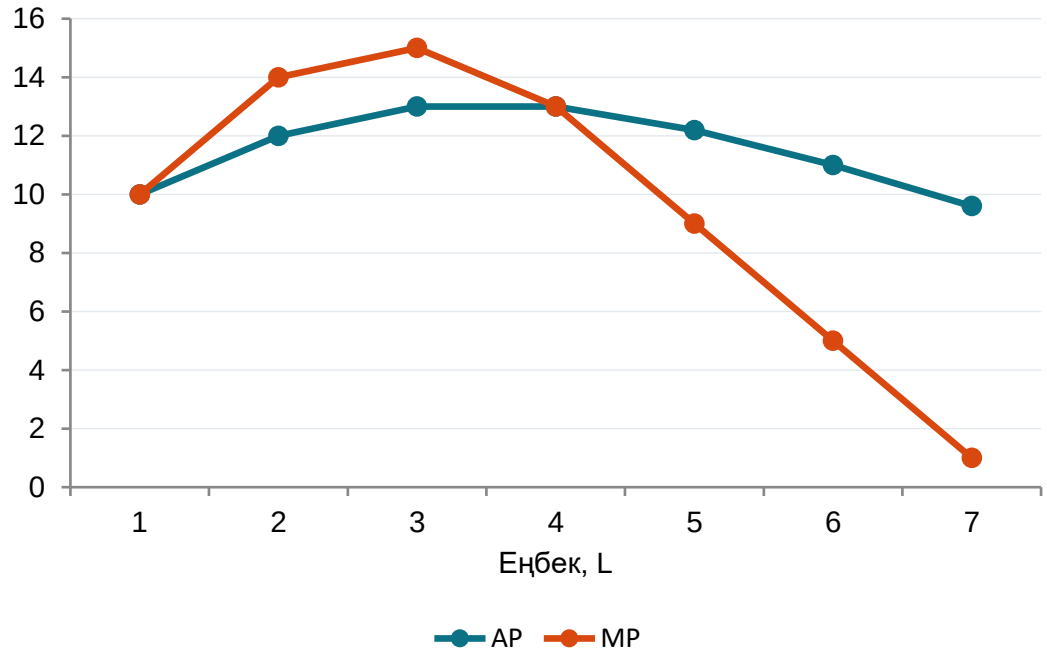
$$TP = Q(L); \quad AP = Q / L; \quad MP = \Delta Q / \Delta L$$

1. TP (жалпы өнім) - берілген еңбек шығынымен өндірілген барлық өнім
2. AP (орташа өнім) - бір жұмысшыға шаққандағы өнім, еңбек өнімділігі
3. MP (шекті өнім) - қосымша бір жұмысшының берген өнім өсімі

Мысал: еңбек шығыны және өнім (К тұрақты)

L, адам	TP, дана	AP, дана	MP, дана
1	10	10,0	10
2	24	12,0	14
3	39	13,0	15
4	52	13,0	13
5	61	12,2	9
6	66	11,0	5
7	67	9,6	1

Орташа және шекті өнім графигі



MP өзінің максимумына L = 3 кезінде жетеді.

MP мен AP қиылысқанда (L ≈ 4) AP максималды болады.

MP нөлге жақындағанда TP максимумға жетеді.

Кемімелі қайтарым заңы

1. Бір фактор артып, қалғандары тұрақты болса, белгілі бір нүктеден кейін оның шекті өнімі кемиді

2. Себебі: тұрақты капиталға шаққандағы жұмысшылар саны артады

3. Басқарушылық мағынасы: жұмысшыны $MP \cdot P \geq w$ шарты орындалғанша қосу тиімді (P - өнім бағасы)

4. Өндірістің үш сатысы: AP өсуі; AP кемуі ($MP > 0$); $MP < 0$ - тиімсіз аймақ

Өндірістік функциялардың негізгі түрлері

Түрі	Формуласы	Ерекшелігі
Сызықтық	Q = a·L + b·K	Факторлар толық алмастырылады
Леонтьев	Q = min(L/a; K/b)	Факторлар алмастырылмайды
Кобб-Дуглас	Q = A·L^α·K^β	Алмастыру серпімділігі 1-ге тең
CES	Q = A·[δL^−ρ + (1−δ)K^−ρ]^(−γ/ρ)	Алмастыру серпімділігі тұрақты

Кобб-Дуглас функциясы

$$Q = A \cdot L^{\alpha} \cdot K^{\beta}$$

1. A - технологиялық деңгей (жалпы факторлық өнімділік)
2. α, β - еңбек пен капитал бойынша өнімнің серпімділігі: L 1%-ға артса, Q шамамен α%-ға артады
3. α + β - масштаб әсері: = 1 тұрақты, > 1 өспелі, < 1 кемімелі

Параметрлерді бағалау: логарифмдеу

$$\ln Q = \ln A + \alpha \cdot \ln L + \beta \cdot \ln K$$

1. Логарифмдеу арқылы функция сызықтық түрге келтіріледі
2. Параметрлер ең кіші квадраттар әдісімен (ЕКӘ) бағаланады
3. Python: statsmodels.OLS немесе sklearn LinearRegression; A = e^b0
4. Модель сапасы R^2, t- және F-статистикалар арқылы тексеріледі

Мысал: Кобб-Дуглас моделінің интерпретациясы

Параметр	Мәні	Түсіндірме
A	2,1	Технологиялық деңгей
α	0,60	L 1%-ға артса, Q 0,6%-ға өседі
β	0,35	K 1%-ға артса, Q 0,35%-ға өседі
α + β	0,95	Масштабтың кемімелі әсері

Шартты деректер бойынша бағаланған модель: Q = 2,1 · L^0,6 · K^0,35.

Өндірістік функцияның басқаруда қолданылуы

Жоспарлау
Ресурстар көлемі бойынша өнімді болжау

Ресурстарды бөлу
Шекті өнімі жоғары факторға басымдық беру

Инвестициялық шешім
Капитал салымының қайтарымын бағалау

Тиімділікті бағалау
Нақты және модельдік көлемді салыстыру

Сценарийлік талдау: факторларды 10%-ға арттыру



Q = 2,1·L^0,6·K^0,35 моделі бойынша: еңбекті 10%-ға арттыру өнімді 5,9%-ға, капиталды - 3,4%-ға өсіреді.

Факторлардың бағасын ескере отырып, қосымша ресурсты қайда бағыттау тиімді екені анықталады.

Модельдің шектеулері мен тәуекелдері

1. Модель тарихи деректерге сүйенеді - технология өзгерсе, қайта бағалау қажет
2. Факторлардың мультиколлинеарлығы параметрлерді бұрмалауы мүмкін
3. Сапалық факторлар (басқару, мотивация) толық ескерілмейді
4. Нәтижелер экономикалық мағынасы тұрғысынан тексерілуі тиіс

Қорытынды

1. Өндірістік функция факторлар мен өнім көлемі арасындағы технологиялық тәуелділікті сипаттайды
2. TP, AP, MP көрсеткіштері және кемімелі қайтарым заңы ресурстарды тартудың шегін анықтайды
3. Кобб-Дуглас функциясының α, β параметрлері факторлар бойынша өнім серпімділігін көрсетеді
4. Өндірістік функция жоспарлау, ресурстарды бөлу және инвестициялық шешімдерде қолданылады

Бақылау сұрақтары

1. Өндірістік функцияның анықтамасы мен қасиеттерін атаңыз.
2. Жалпы, орташа және шекті өнім қалай есептеледі?
3. Кемімелі қайтарым заңының басқарушылық мағынасы неде?
4. Кобб-Дуглас функциясының параметрлерін түсіндіріңіз.
5. Кобб-Дуглас функциясының параметрлері қалай бағаланады?

Әдебиеттер

1. Катаргин Н.В. Эконометрическое моделирование. - 2-е изд. - СПб.: Лань, 2023.

2. James G., Witten D., Hastie T., Tibshirani R., Taylor J. An Introduction to Statistical Learning: with Applications in Python. - Springer, 2023.

3. Бусов В.И., Лябах Н.Н., Саткалиева Т.С., Таспенова Г.А. Теория и практика принятия управленческих решений. - М.: Юрайт, 2024.

Өндірістік функциялар және оларды басқарушылық шешімдерді әзірлеуде қолдану

Дәріс 6