Пәннің негізгі бағыттары

- Алгебра: амалдар, құрылымдар, теңдеулер мен түрлендірулер.
- Геометрия: кеңістіктегі пішіндер, қатынастар және түрлендірулер.
- Сызықтық алгебра екі бағытты матрицалар мен векторлар арқылы байланыстырады.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Мысал: жазықтықтағы айналуды матрицамен сипаттаңыз.

Жиындар және алгебралық құрылымдар

- Топ: ассоциативті амал, бірлік және кері элементтер.
- Сақина: қосу бойынша абель тобы және үлестірімді көбейту.
- Өріс: нөлден өзге элементтері көбейтуге қатысты топ құрайды.
- $\mathbb{Z}$ — сақина; $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ — өрістер.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Тапсырма: $(\mathbb{Z},+)$ тобының қасиеттерін тексеріңіз.

Векторлық кеңістіктер

- V өрістің үстінде қосу мен скалярға көбейту амалдарына ие.
- Сызықтық тәуелсіздік: $\Sigma \alpha_i v_i = 0 \Rightarrow$ барлық $\alpha_i = 0$.
- База — кеңістікті тудыратын тәуелсіз векторлар жүйесі.
- Өлшемдік — базадағы векторлар саны.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Мысал: $\mathbb{R}^3$ стандарт базасы e_1, e_2, e_3.

Матрицалар және анықтауыш

- Матрица сызықтық бейнелеуді координаттарда көрсетеді.
- $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow A$ кері ленеді (квадрат матрица).
- $\det(AB)=\det(A)\det(B)$.
- Матрица рангі — сызықтық тәуелсіз бағандар саны.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Тапсырма: $A = [[1,2],[3,4]]$ үшін $\det(A)$, A^{-1} табыңыз.

Сызықтық теңдеулер жүйесі

- $Ax=b$ — жүйенің матрицалық жазылуы.
- Гаусс әдісі элементар жолдық түрлендірулерге негізделеді.
- Кронекер–Капелли: жүйе үйлесімді ⇔ $\operatorname{rank}(A)=\operatorname{rank}(A|b)$.
- Бірмәнді шешім: $\operatorname{rank}(A)=n$ (n белгісіз үшін).

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Мысал: $x+y=3$, $2x-y=0$ жүйесін шешіңіз.

Көпмүшелер және түбірлер

- $P(x)=a_n x^n+\cdots+a_0$ — n-дәрежелі көпмүше.
- Қалдық теоремасы: $P(x)$-ті $(x-a)$-ға бөлгендегі қалдық $P(a)$.
- Виет формулалары түбірлерді коэффициенттермен байланыстырады.
- Алгебраның негізгі теоремасы: $\mathbb{C}$ өрісінде әр көпмүше түбірге ие.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Мысал: $x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$.

Евклид геометриясы

- Қашықтық, бұрыш, параллельдік және перпендикулярлық негізгі ұғымдар.
- Пифагор теоремасы: $a^2+b^2=c^2$.
- Ұқсас үшбұрыштарда сәйкес қабырғалар пропорционал.
- Координат әдісі геометриялық есепті алгебралыққа айналдырады.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Мысал: (1,2) және (4,6) арасындағы қашықтық 5.

Аналитикалық геометрия

- Түзу теңдеуі: $ax+by+c=0$.
- Шеңбер: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.
- Жазықтық: $ax+by+cz+d=0$.
- Скаляр көбейтінді: $u\cdot v=||u||||v||\cos\varphi$.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Тапсырма: центрі $(2,-1)$, радиусы 3 болатын шеңбер теңдеуін жазыңыз.

Геометриялық түрлендірулер

- Параллель көшіру, бұру және симметрия — изометриялар.
- Айналу матрицасы: $[[\cos\theta,-\sin\theta],[\sin\theta,\cos\theta]]$.
- Ұқсастық түрлендірулері бұрыштарды сақтайды.
- Сызықтық түрлендірулер композициясы матрицаларды көбейтуге сәйкес.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Мысал: (1,0) нүктесін 90°-қа бұрғанда (0,1) шығады.

Алгебра мен геометрияның байланысы

- Векторлар геометриялық объектілерді алгебралық түрде сипаттайды.
- Меншікті мәндер түрлендірудің инвариант бағыттарын анықтайды.
- Квадраттық формалар екінші ретті беттерді жіктеуге қолданылады.
- Координат әдісі дәлелдеуді есептеуге айналдырады.

МЫСАЛ / ТАПСЫРМА

Өзіндік жұмыс: $x^2+4y^2=4$ қисығының түрін және осьтерін табыңыз.