Казахский национальный университет имени аль-Фараби

Факультет механико-математический

Кафедра механики

Образовательная программа «6B05403 – Механика»

Дисциплина: Введение в механику сплошной среды

Лекция № 12

Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла

Преподаватель: Туралина Динара Елеусизовна

к.ф.-м.н., ассистент-профессор

Алматы, 2026 год

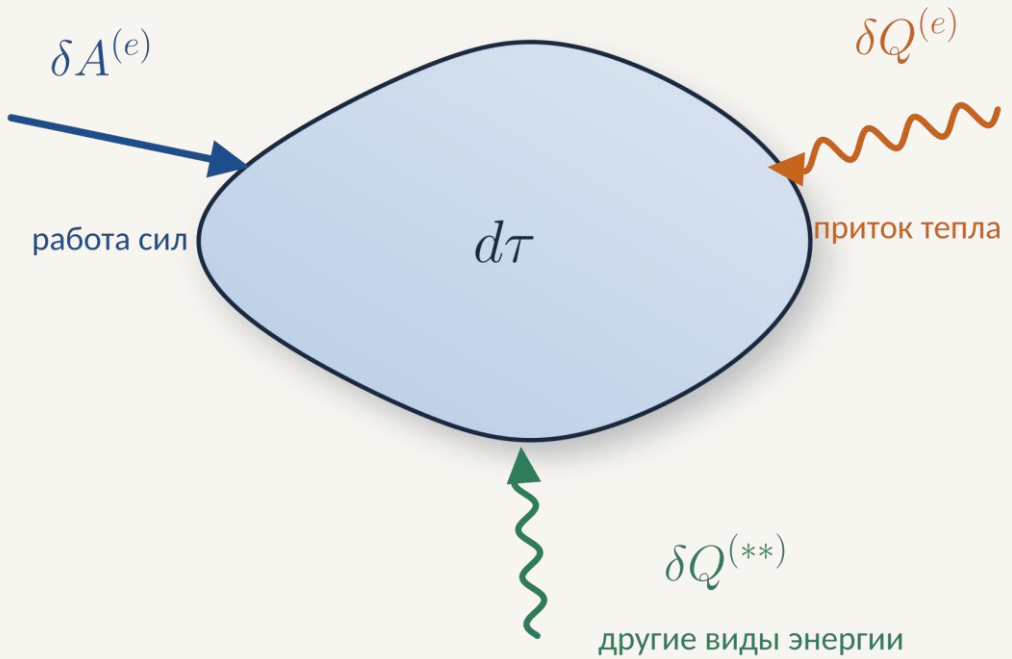
Притоки энергии к частице

Рассмотрим систему, характеризуемую конечным числом **определяющих параметров** состояния и их бесконечно малыми изменениями:

$$\mu^1,\ \mu^2,\ \ldots,\ \mu^n; \qquad d\mu^1,\ d\mu^2,\ \ldots,\ d\mu^n$$

Полный внешний приток энергии к бесконечно малому объёму в элементарном процессе:

$$\delta A^{(e)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)}$$



$\delta A^{(e)}$

работа внешних массовых и поверхностных сил

$\delta Q^{(e)}$

приток тепла к телу извне

$\delta Q^{(**)}$

другие источники: химические реакции, ионизация, диссипация

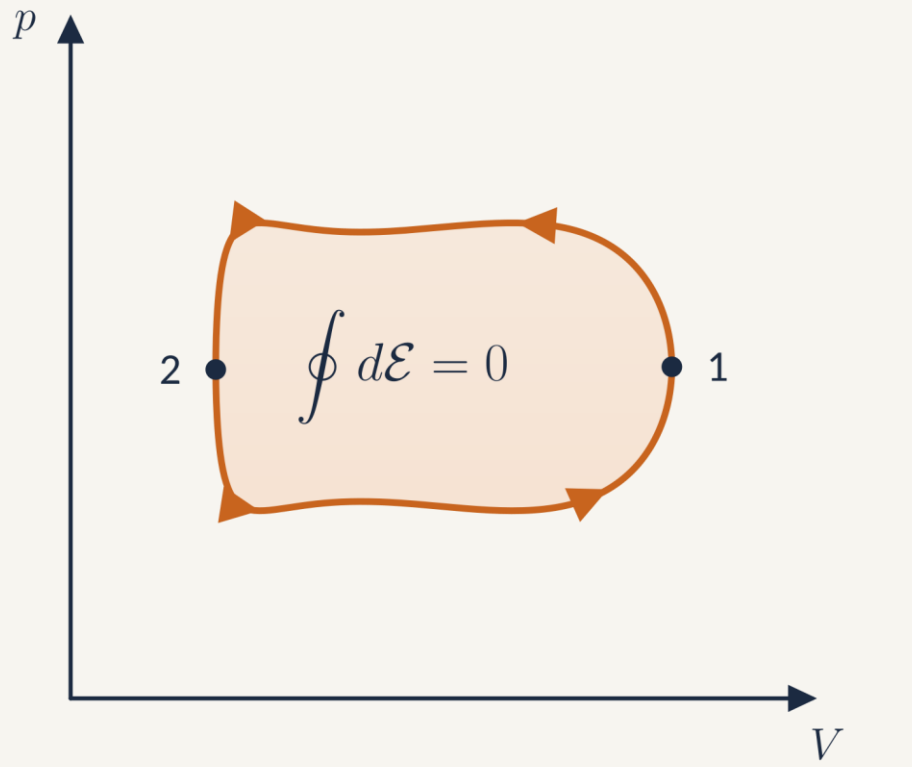
Первый закон термодинамики

Первый закон (закон сохранения энергии): невозможен **вечный двигатель первого рода** — циклически работающая машина, дающая полезную энергию без внешнего источника.

Следовательно, существует функция состояния $\mathcal{E}(\mu^1, \ldots, \mu^n)$ — **полная энергия**, полный дифференциал которой равен сумме внешних притоков энергии:

$$d\mathcal{E} = \delta A^{(e)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)} \qquad (12.1)$$

За любой замкнутый цикл полная энергия возвращается к исходному значению.



Замкнутый цикл: система возвращается в исходное состояние, $\oint d\mathcal{E} = 0$

Полная и внутренняя энергия

Полную энергию элементарного объёма представим в виде

$$d\mathcal{E} = \left(\frac{v^2}{2} + U\right)\rho\, d\tau$$

Для произвольного объёма τ сплошной среды:

$$\mathcal{E} = \int_\tau \left(\frac{v^2}{2} + U\right)\rho\, d\tau = E + U_m$$

E — кинетическая энергия

энергия макроскопического движения частиц среды: $\int \rho v^2/2\, d\tau$

U — удельная внутренняя энергия

скалярная функция параметров состояния; энергия теплового движения и взаимодействия молекул

Аддитивная постоянная

U, как и $\mathcal{E}$, определена с точностью до постоянной и существует для любой термодинамической системы

Если $\mathcal{E}$ известна, то (12.1) позволяет выяснить механизм взаимодействия объёма с внешними телами, т.е. найти $\delta A^{(e)}$ и δQ.

Закон сохранения энергии для сплошной среды

Подставляя $\mathcal{E} = E + U_m$ в (12.1), получаем универсальное соотношение — **закон сохранения энергии**:

$$dE + dU_m = \delta A^{(e)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)} \qquad (12.2)$$

dE

изменение кинетической энергии

dU_m

изменение внутренней энергии тела

$\delta A^{(e)}$

работа внешних сил

$\delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)}$

притоки тепла и других видов энергии

Левая часть — изменение энергии тела, правая — притоки энергии извне.

Уравнение притока тепла

Закон сохранения энергии (12.2):

$$dE + dU_m = \delta A^{(e)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)}$$

Теорема живых сил (11.2), $\delta A^{(e)}$ — работа внешних, $\delta A^{(i)}$ — внутренних сил:

$$dE = \delta A^{(e)} + \delta A^{(i)}$$

Вычитая, получаем **уравнение притока тепла**:

$$dU_m = -\delta A^{(i)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)} \qquad (12.3)$$

Смысл

Внутренняя энергия меняется за счёт работы внутренних сил и притоков тепла и других видов энергии.

Применимость

Уравнение (12.3) может заменить закон сохранения энергии и записывается для любого мысленно выделенного объёма.

Удельные величины

Составим уравнение (12.3) для бесконечно малого объёма Δτ с массой Δm. Плотность внутренней энергии и удельные притоки тепла (предполагается, что пределы существуют):

$$U = \lim_{\Delta m \to 0} \frac{\Delta U_m}{\Delta m}, \qquad dq^{(e)} = \lim_{\Delta m \to 0} \frac{\delta Q^{(e)}}{\Delta m}, \qquad dq^{(**)} = \lim_{\Delta m \to 0} \frac{\delta Q^{(**)}}{\Delta m}$$

U

удельная внутренняя энергия — энергия единицы массы

$dq^{(e)}$

приток тепла извне к единице массы

$dq^{(**)}$

приток других видов энергии к единице массы

Делим (12.3) на Δm и устремляем Δm → 0.

Дифференциальное уравнение притока тепла

Учитывая, что работа внутренних поверхностных сил равна $\delta A^{(i)} = -\int P^{ij} e_{ij}\, dt\, d\tau$ (лекция 11):

$$dU = \frac{1}{\rho} P^{ij} \nabla_j v_i \, dt + dq^{(e)} + dq^{(**)} \tag{12.4}$$

Так как

$$d\varepsilon_{ij} = e_{ij}\, dt, \qquad P^{ij} \nabla_j v_i = P^{ij} e_{ij}$$

уравнение принимает вид

$$dU = \frac{1}{\rho} P^{ij}\, d\varepsilon_{ij} + dq^{(e)} + dq^{(**)} \tag{12.5}$$

$(1/\rho) P^{ij} d\varepsilon_{ij}$

работа напряжений на деформациях единицы массы

$dq^{(e)}$

тепло, подведённое извне

$dq^{(**)}$

другие притоки энергии

Частный случай: идеальная жидкость и газ

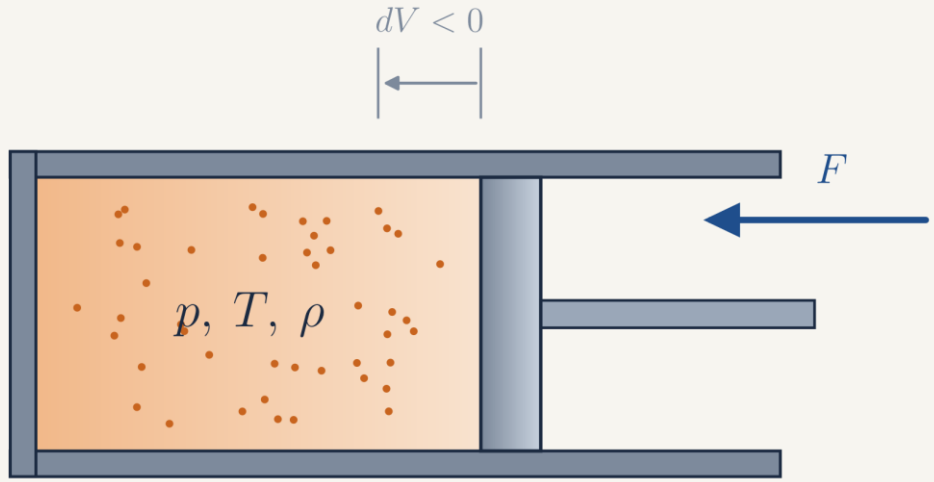
Для идеальной жидкости тензор напряжений шаровой: $P^{ij} = -p\, g^{ij}$. С учётом уравнения неразрывности:

$$\frac{1}{\rho} P^{ij} e_{ij} = -\frac{p}{\rho} \nabla_i v^i = -p \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

и уравнение притока тепла:

$$P^{ij} = -p\, g^{ij} : \qquad dU = -p\, d\left(\frac{1}{\rho}\right) + dq^{(e)} + dq^{(**)}$$

Сжатие газа (d(1/ρ) < 0) увеличивает его внутреннюю энергию — газ нагревается.



работа сжатия $-p\,dV > 0$ увеличивает U

Адиабатическое сжатие газа в цилиндре

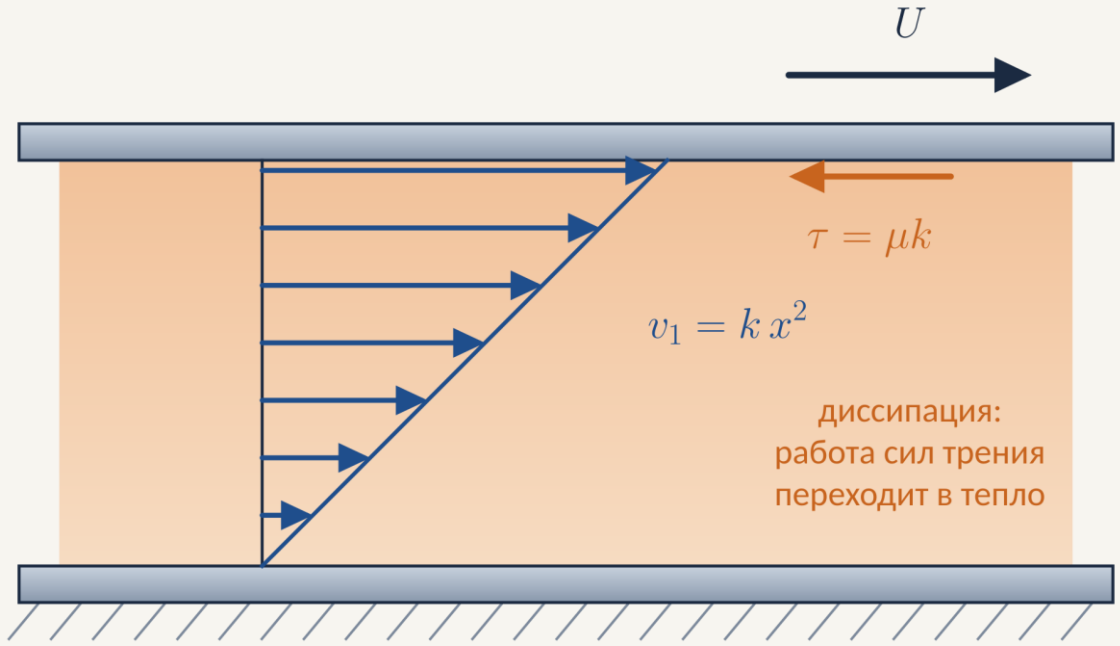
Пример: нагрев вязкой жидкости трением

В течении Куэтта (лекция 11) работа внутренних сил отрицательна: $-P^{ij}e_{ij} = -\mu k^2$. По (12.4) при отсутствии притока тепла:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{1}{\rho} P^{ij} e_{ij} = \frac{\mu k^2}{\rho} > 0 \qquad (dq^{(e)} = 0)$$

Механическая энергия, потерянная на трение, переходит во внутреннюю энергию — жидкость нагревается.

Чтобы течение было стационарным по температуре, это тепло нужно отводить через стенки.



Течение Куэтта: работа сил трения переходит в тепло

Механическая и тепловая энергия: сводка

Уравнение	Формула	Что выражает
Теорема живых сил (11.2)	$dE = \delta A^{(e)} + \delta A^{(i)}$	изменение кинетической энергии
Закон сохранения энергии (12.2)	$dE + dU_m = \delta A^{(e)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)}$	изменение полной энергии
Уравнение притока тепла (12.3)	$dU_m = -\delta A^{(i)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)}$	изменение внутренней энергии
Дифференциальная форма (12.5)	$dU = (1/\rho)P^{ij}d\varepsilon_{ij} + dq^{(e)} + dq^{(**)}$	то же для единицы массы
Идеальная жидкость	$dU = -p\, d(1/\rho) + dq^{(e)} + dq^{(**)}$	работа давления на сжатии

Заключение и вопросы для самоконтроля

Выводы

1. Внешний приток энергии к частице складывается из работы внешних сил $\delta A^{(e)}$, притока тепла $\delta Q^{(e)}$ и других видов энергии $\delta Q^{(**)}$.
2. Первый закон: существует функция состояния — полная энергия $\mathcal{E}$, $d\mathcal{E} = \delta A^{(e)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)}$ (12.1).
3. Полная энергия = кинетическая + внутренняя: $\mathcal{E} = \int (v^2/2 + U)\rho d\tau$.
4. Вычитая теорему живых сил, получаем уравнение притока тепла $dU_m = -\delta A^{(i)} + \delta Q^{(e)} + \delta Q^{(**)}$ (12.3).
5. В дифференциальной форме: $dU = (1/\rho)P^{ij}d\varepsilon_{ij} + dq^{(e)} + dq^{(**)}$ (12.5).

Контрольные вопросы

1. Какие виды притока энергии к частице сплошной среды вы знаете?
2. Сформулируйте первый закон термодинамики. Что такое вечный двигатель первого рода?
3. Что называется полной и внутренней энергией сплошной среды?
4. Запишите закон сохранения энергии (12.2) и поясните смысл слагаемых.
5. Как получается уравнение притока тепла (12.3)?
6. Выведите дифференциальное уравнение притока тепла (12.4)–(12.5).
7. Почему вязкая жидкость нагревается при течении?