Казахский национальный университет имени аль-Фараби

Факультет механико-математический

Кафедра механики

Образовательная программа «6B05403 – Механика» · бакалавриат

Дисциплина: Экспериментальная механика

Лекция № 2

Моделирование в аэромеханическом эксперименте. Критерии подобия

Преподаватель: Туралина Динара Елеусизовна

к.ф.-м.н., ассистент-профессор

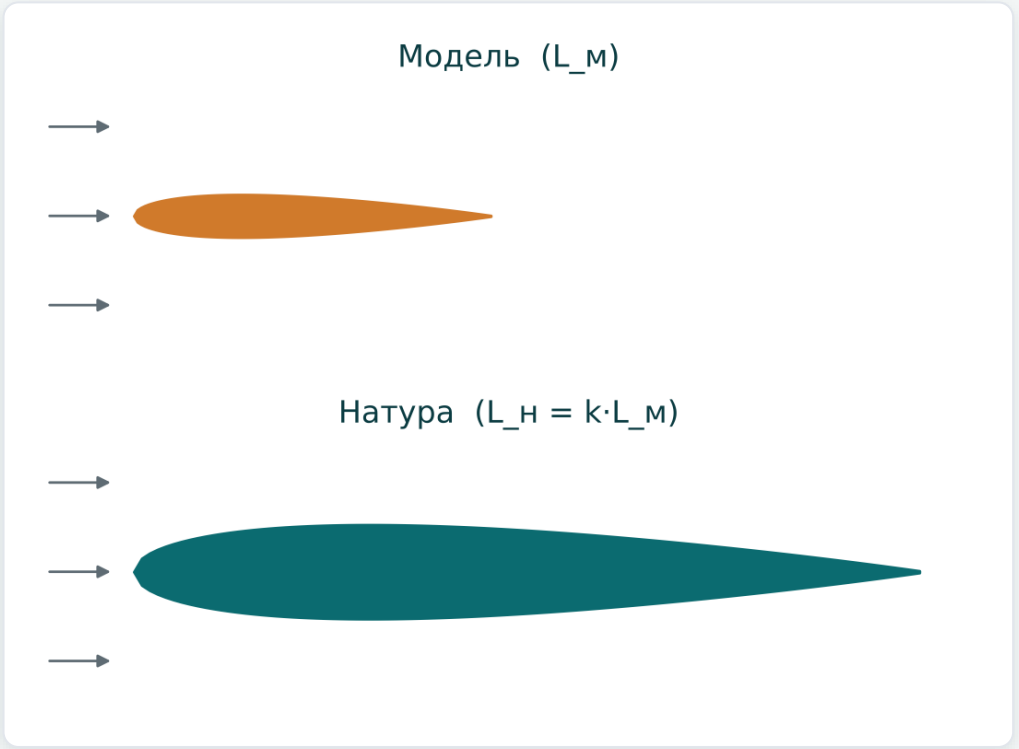
Алматы, 2026 год

Зачем нужны опыты на моделях

Точно воспроизвести в опыте условия, имеющие место в натуре, крайне затруднительно — независимо от того, движется ли тело в покоящемся газе или газ обтекает неподвижное тело.

Поэтому в экспериментальной аэромеханике широко распространены **опыты на моделях**: по испытаниям в ограниченном потоке (аэродинамической трубе) судят о поведении натурных объектов.

Моделирование — замена изучения явления в натуре изучением аналогичного явления на модели другого масштаба.



Геометрически подобные модель и натура

Подобные явления

Моделирование основано на рассмотрении **физически подобных** явлений.

Подобные явления

Все характеризующие их однородные физические величины находятся в любых сходственных точках в одинаковом отношении.

Сходственные точки

Точки, геометрически подобно расположенные относительно геометрически подобных тел в обоих потоках.

Геометрическое подобие

Все линейные размеры одного тела в одинаковое число раз больше (меньше) размеров другого, а углы равны.

Геометрическое подобие — совершенно обязательное условие аэромеханических измерений. Зная масштаб модели, размеры натуры получают умножением.

Если по характеристикам одного явления пересчётом можно получить характеристики другого, такие явления механически (физически) подобны.

Переход к безразмерным переменным

Рассмотрим два изотермических потока вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости с постоянными, но различными ρ и μ. Выберем характерные **масштабы** времени, длины, скорости, давления и объёмной силы: **T, L, V, P, F**. Штрихом обозначим безразмерные величины:

$$t = T t', \qquad x = L x', \quad y = L y', \quad z = L z'$$

$$u = V u', \quad v = V v', \quad w = V w', \qquad p = P p'$$

$$F_X = F F'_X, \quad F_Y = F F'_Y, \quad F_Z = F F'_Z$$

Подставим эти выражения в уравнения движения и неразрывности.

Уравнение движения в безразмерной форме

Уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости (проекция на ось x):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = F_X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \tag{2.1}$$

После подстановки безразмерных переменных и деления на V^2/L:

$$Sh\,\frac{\partial u'}{\partial t'} + u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + v'\frac{\partial u'}{\partial y'} + w'\frac{\partial u'}{\partial z'} = \frac{1}{Fr}F'_X - Eu\,\frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{1}{Re}\nabla'^2 u' \tag{2.3}$$

В уравнение вошли безразмерные комплексы — числа подобия Sh, Eu, Fr, Re.

Числа подобия

Числа подобия, входящие в уравнение (2.3):

Число Струхаля

$$Sh = \frac{L}{VT}$$

нестационарность

Число Эйлера

$$Eu = \frac{P}{\rho V^2}$$

давление / инерция

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{VL}{\nu}$$

инерция / вязкость

Число Фруда

$$Fr = \frac{V^2}{FL}$$

инерция / массовые силы

Соотношения (2.4) — необходимые условия подобия.

Условия подобия потоков

Два подобных явления в сходственных пространственно-временных точках отличаются **только масштабами** величин. В безразмерной форме уравнения, начальные и граничные условия для них одинаковы. Значит, должны совпадать числа подобия:

$$Sh = \text{idem}, \qquad Eu = \text{idem}, \qquad Fr = \text{idem}, \qquad Re = \text{idem}$$

«idem»

Латинское слово, означающее «то же самое»: число имеет одинаковое значение в модели и в натуре.

Необходимые условия

Равенство чисел подобия — необходимое условие подобия двух течений.

Числа подобия и критерии подобия

Число подобия

Любой безразмерный комплекс, входящий в безразмерные уравнения и условия задачи. Некоторые из них определяются только после решения задачи.

Критерий подобия

Число подобия, составленное только из **наперёд заданных** масштабов и физических констант среды, то есть его **можно вычислить до моделирования**.

Равенство критериев подобия обусловливает подобие двух течений.

Критериев подобия меньше, чем чисел подобия: не все масштабные величины можно задать наперёд — некоторые находятся лишь после получения единственного решения конкретной задачи.

Пример: течение в горизонтальной трубе

Жидкость плотности ρ и вязкости μ течёт по трубе диаметра d со средней скоростью U_ср под действием перепада давления ΔP на участке длины L.

Постановка 1

Известны U_ср, d, ρ, μ. Найти ΔP.

$$Re = \frac{\rho U_{cp} d}{\mu} \quad - \quad \text{критерий}$$

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho U_{cp}^2} \quad - \quad \text{число подобия}$$

Постановка 2

Задан перепад ΔP, неизвестна U_ср.

$$Re = \frac{\rho U_{cp} d}{\mu}, \qquad Eu = \frac{\Delta P}{\rho U_{cp}^2}$$

критерия подобия нет

Во второй постановке оба числа Re и Eu содержат неизвестную скорость U_ср.

Основные критерии подобия

Критерий	Физический фактор	Физический смысл
$Re = U_oL/v$	Трение (вязкость)	Отношение сил инерции к силам вязкости
$Fr = U_o/\sqrt{(gL)}$	Масса (тяжесть)	Отношение сил инерции к силам тяжести
$M = U_o/a_o$	Сжимаемость	Отношение скорости потока к скорости звука (сил инерции к силам упругости)
$Eu = \Delta P/(\rho u^2)$	Давление	Отношение сил давления к силам инерции
$Sh = L/(Ut)$	Нестационарность	Отношение сил инерции нестационарного движения к силам инерции стационарного
$Pe = UL/a$	Теплообмен (форма)	Отношение переноса тепла конвекцией к переносу теплопроводностью
$Pr = v/a = Pe/Re$	Теплообмен при трении	Относительная инерционность полей скорости и температуры

Заключение и вопросы для самоконтроля

Выводы

1. Опыты на моделях — основной способ изучения натурных объектов.
2. Подобные явления отличаются только масштабами величин.
3. Геометрическое подобие обязательно в аэромеханических измерениях.
4. Безразмерное уравнение движения содержит числа Sh, Eu, Fr, Re.
5. Критерий подобия — число подобия, вычисляемое до решения задачи.

Контрольные вопросы

1. Что такое моделирование явления?
2. Какие явления называют подобными? Что такое сходственные точки?
3. Как получить безразмерное уравнение движения?
4. Запишите числа Струхаля, Эйлера, Рейнольдса и Фруда.
5. Чем критерий подобия отличается от числа подобия?
6. Каков физический смысл чисел Re, M и Pr?