ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
Физика-техникалық факультеті

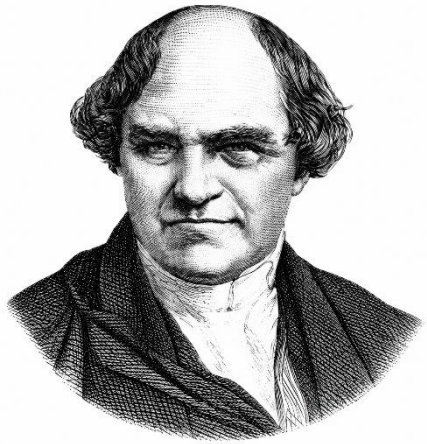
ЭЛЕКТР ЖӘНЕ МАГНЕТИЗМ

Профессор Досболаев М.Қ.
merlan@physics.kz

Диэлектриктер. Изоляторлар





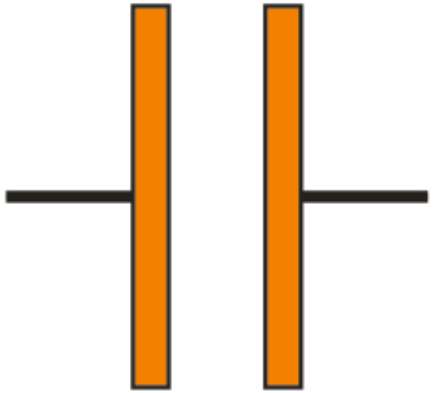


Уильям Уэвелл
(1794-1899)

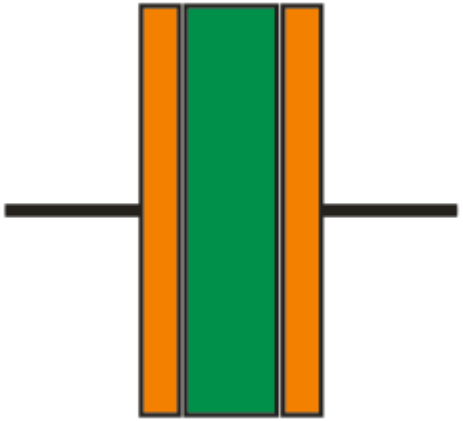


«…жалпы ғылыммен айналысатын адамды атау үшін бізге лайықты термин табу аса қажет. Мен оны “Ғалым” деуге ұсыныс білдіремін»

Конденсатордың электр өрісіндегі диэлектрик. Сыйымдылықтың өзгерісі...



$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{h}$$



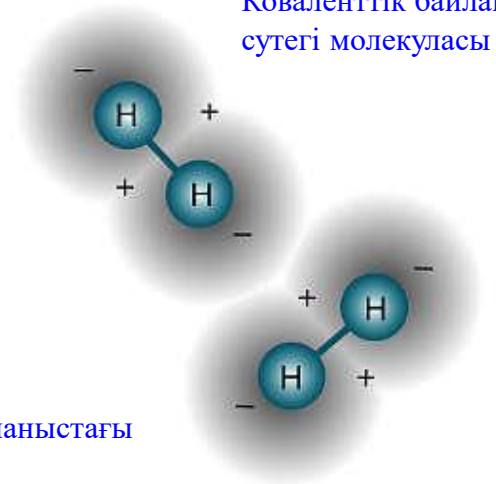
$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{h}$$

ε – ортаның диэлектрлік өтімділігі

Диэлектриктердің құрылымы

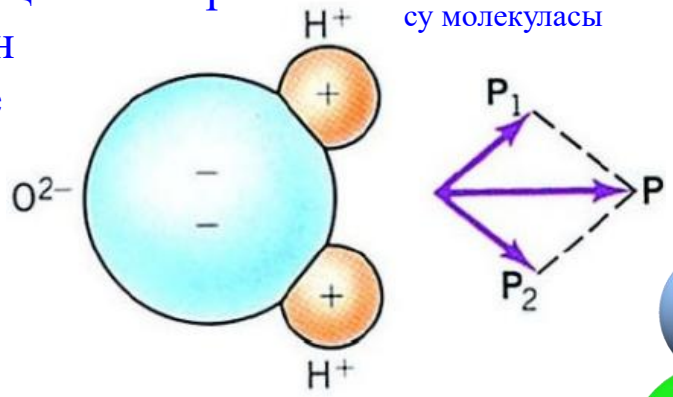
1. Полярлы емес молекулалы диэлектриктер,
оң және теріс зарядтарының массалар центрі сәйкес келеді
N_2, H_2, O_2, CO_2, CH_2, инертті газдар,…

Коваленттік байланыстағы сутегі молекуласы

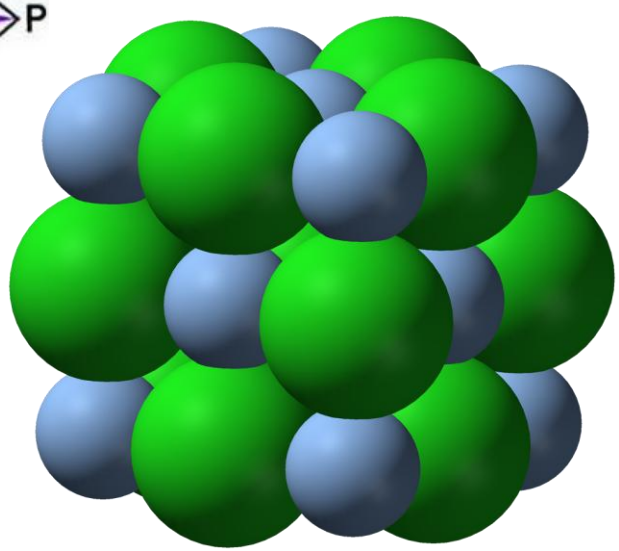


2. Полярлы молекулалы диэлектриктер,
оң және теріс зарядтарының массалар центрі ығысқан, сондықтан дипольдік моментке $(\vec{p})$ ие
H_2O, NH_3, SO_2, CO, …

Коваленттік байланыстағы су молекуласы



3. Ионды диэлектриктер
NaCl (тұз), KCl, KBr, …

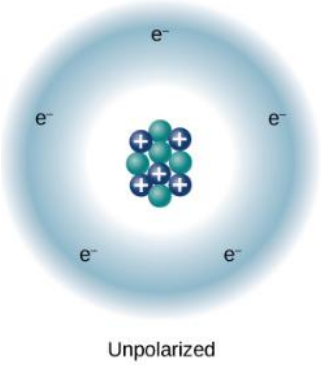


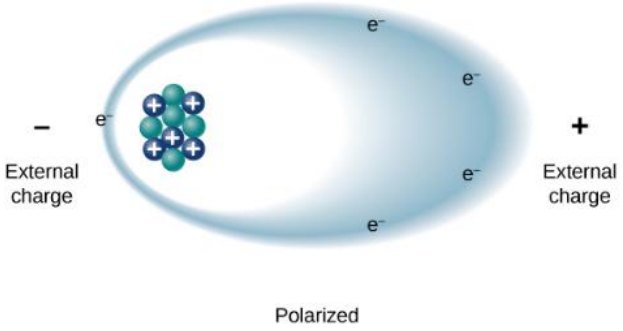
Көк Na^+, жасыл Cl^-

https://zh.m.wikipedia.org/

Диэлектриктердің сыртқы өріс әсерінен поляризациялануы

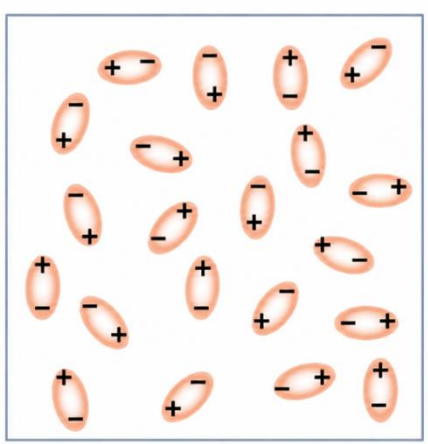
1. Электронды (деформациялық), полярлы емес молекулалар үшін.

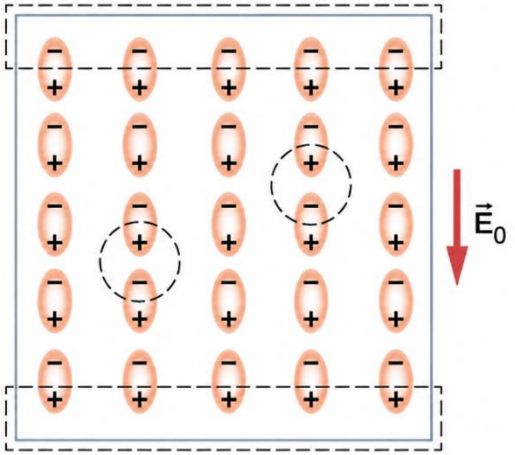




2. Бағдарланған (дипольді) полярлы молекулалар үшін ($p_0 \sim q \cdot l_0 = 10^{-19} \cdot 10^{-10} = 10^{-29}$ Кл·м).

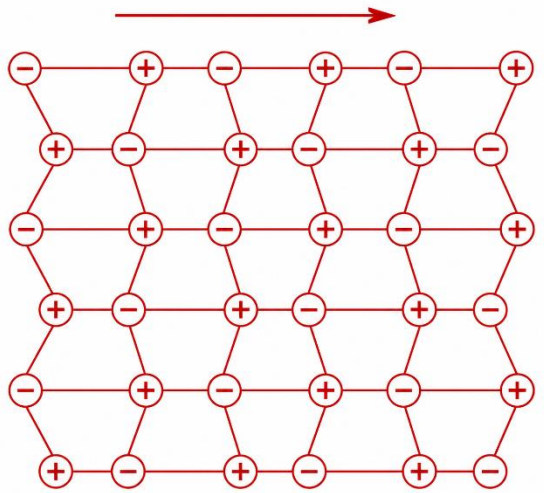
Қысқа толқынды пеште судың қызуы.





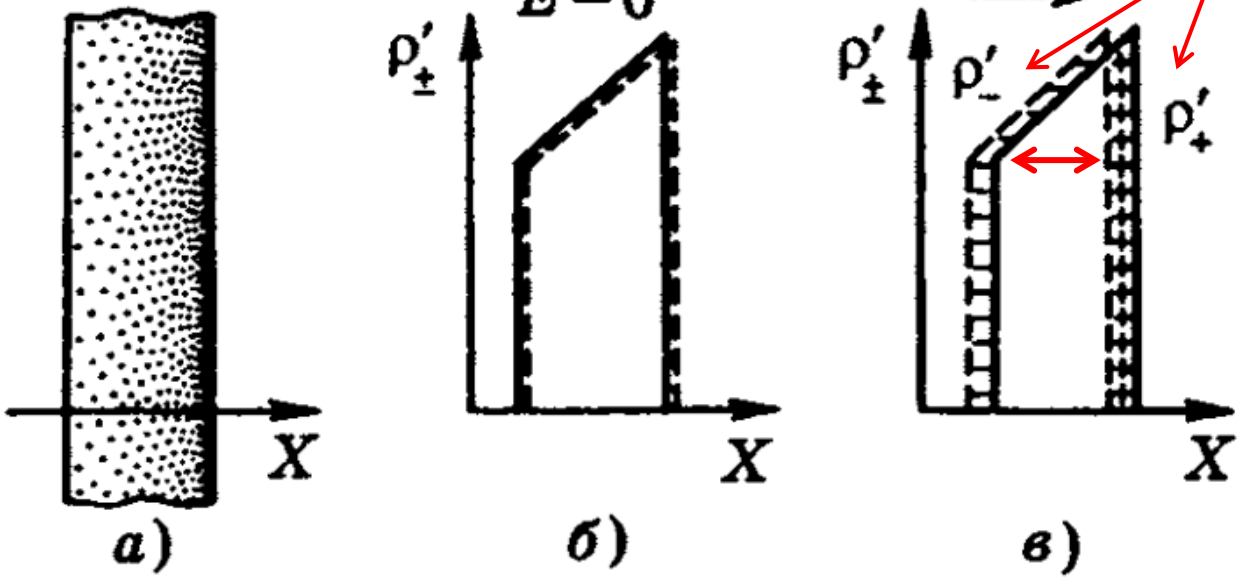
3. Ионды

Электреттер сыртқы өріс жоқ кезде де полярланған болады, 3-10 жыл.



Осылайша, полярлану механизмі диэлектрик құрылымына байланысты. Қалыпты жағдайда сыртқы өріс әсерінен зарядтардың ығысуы молекулалар өлшемімен салыстырғанда болмашы ғана, себебі молекулалардығы ішкі электр өрісінің кернеулігі сыртқыдан күшті болады

Көлемдік және беттік **байланысқан зарядтардың** пайда болуы



Байланысқан зарядтардікі

q', ρ', σ'

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}` \quad (1)$$

Молекула құрамына кірмейтіндер бөгде (бос) зарядтардікі

$\rho'_+ = \rho'_-$ - молекула құрамына кіретін зарядтардың көлемдік тығыздығы

$\vec{E}_0$ – сыртқы (бос) зарядтар өрісі; $\vec{E}`$ – индукцияланған (бөгде) зарядтар өрісі

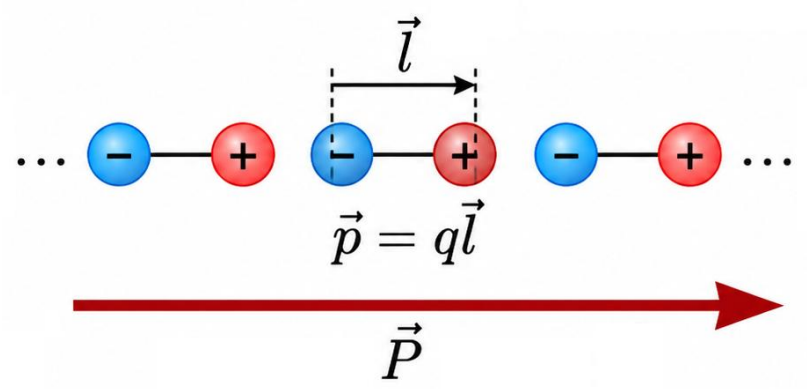
Диэлектриктің поляризациялануын сандық сипаттау үшін молекулалардың дипольдік моменттерінің векторлық қосындысын бірлік көлемге келтіреді

$\vec{P}$ – поляризация векторы

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{\Delta N}\vec{p}_i \left[\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}\right] \quad (2)$$

Біркелкі өрістегі біркелкі диэлектрик үшін: $\vec{P} = n\langle\vec{p}\rangle$ (2*)

Оң және теріс зарядты сұйықтықтар үшін: $\vec{P} = \rho_+\vec{l}$ (3)



$\vec{p}_i$ – молекуланың дипольдік моменті; $n = \Delta N/\Delta V$ – молекулалар концентрациясы (бірлік көлемдегі молекулалардың саны); ΔN – молекулалар саны; $\langle\vec{p}\rangle = (\sum\vec{p}_i)/\Delta N$ – орташа дипольдік момент; $\vec{l}$ – теріс зарядқа қатысты оң зарядтың ығысу векторы

$\vec{P}$ және $\vec{E}$ векторлары арасындағы байланыс

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\chi -$ заттардың диэлектрлік алғырлығын сипаттайтын өлшемсіз шама, Кәдімгі пассивті диэлектриктердің статикалық алғырлығы әдетте оң боладыал вакуум үшін $\chi=0$, және диэлектрик тығыздығымен температурадан тәуелді.

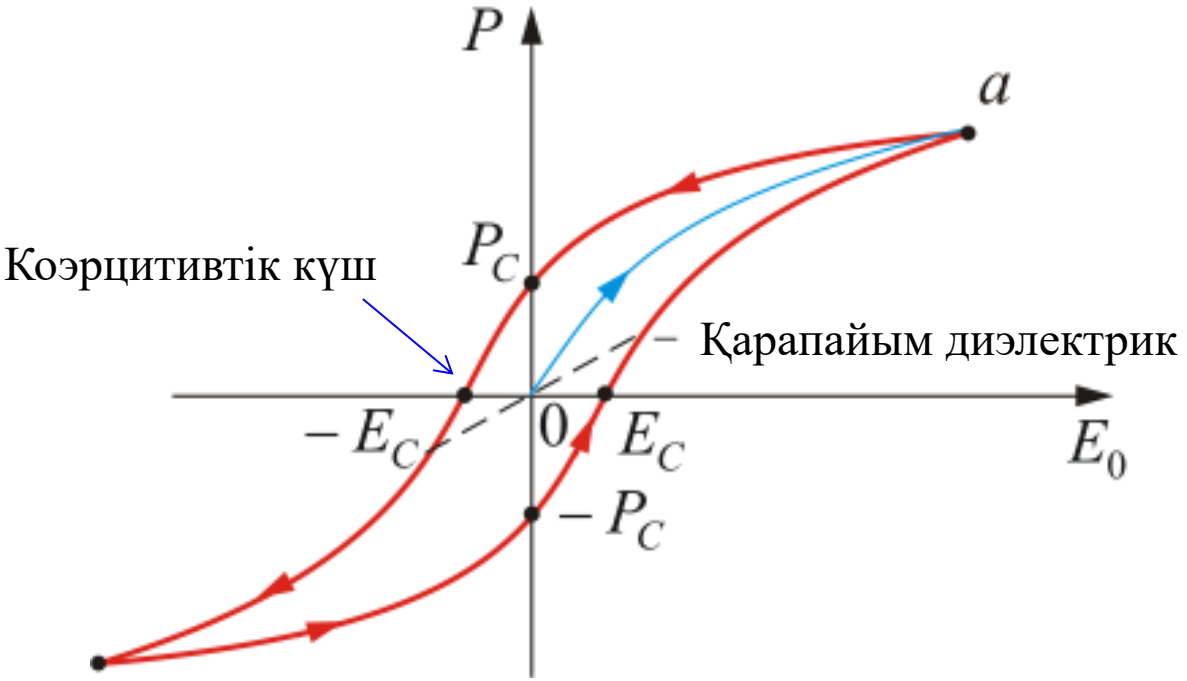
Егер диэлектрик изотропты және өріс өте үлкен болмаса $\vec{P}$ векторы $\vec{E}$ векторынан сызықты тәуелді

$$\chi = \varepsilon - 1$$

$\varepsilon -$ ортаның диэлектрлік өтімділігі

Сегнет электриктер үшін гистерезис тұзағы

Кейбір диэлектриктер үшін (мысалы кейбір иондық кристалдар, электреттер, сегнет электриктер) $\vec{P}$ мен $\vec{E}$ арасындағы байланыс сызықты емес, ол қисық гистерезис (кешігу, кідіріс) деп аталады.

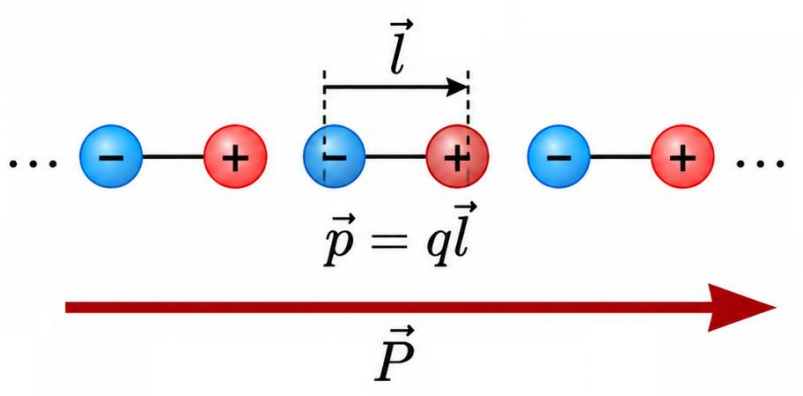


a – қанығу нүктесі; P_C – қалдық поляризация; E_C – коэрциативті күш

$\vec{P}$ векторы өрісі үшін Гаусс теоремасы

$$\oint \vec{P}\, d\vec{S} = -q`_{\text{іш}} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{P} = -\rho`$$

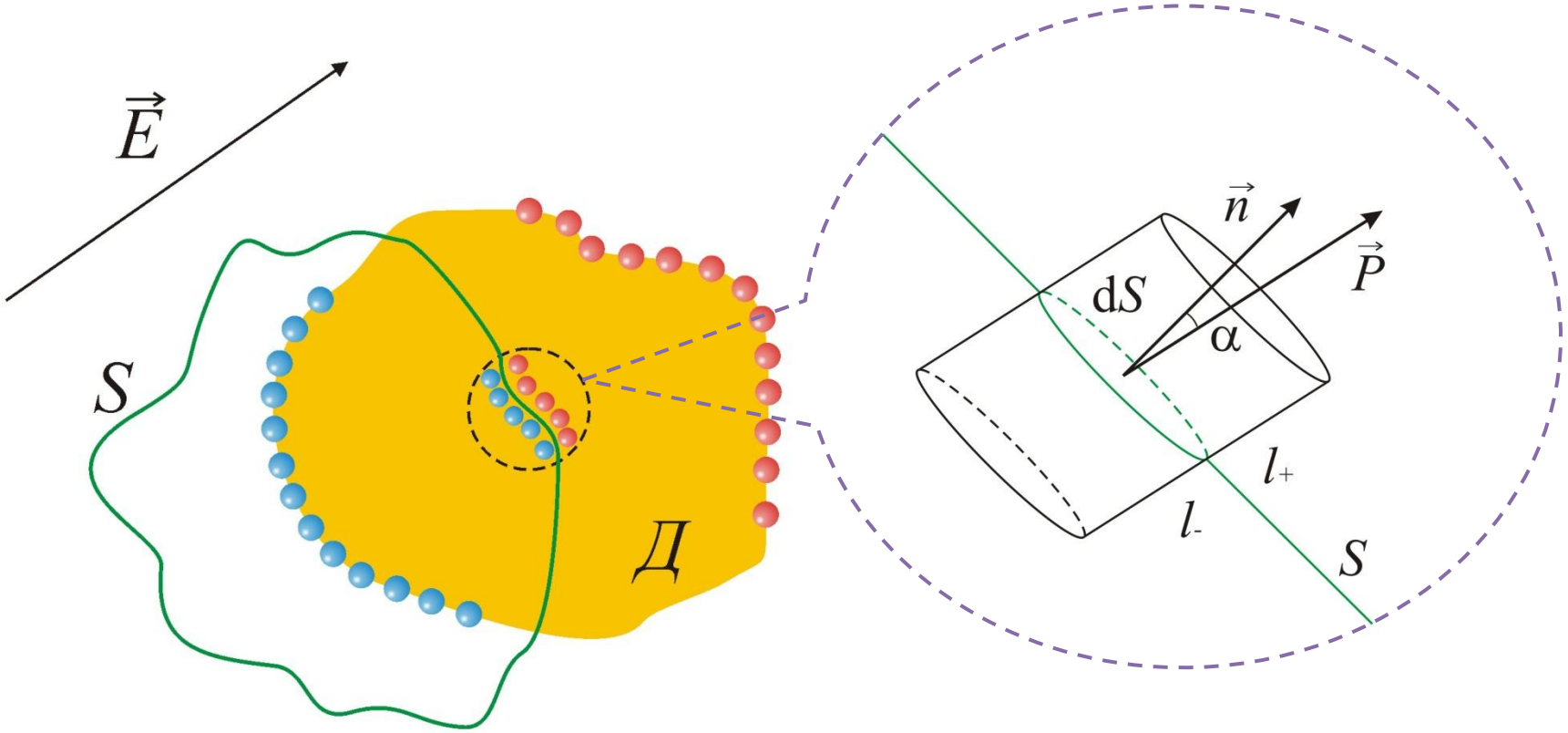


Кез келген тұйық S бет арқылы өтетін $\vec{P}$ полярлану векторының ағыны осы бет қамтитын көлемдегі байланысқан зарядтардың алгебралық қосындысына теріс таңбамен тең. Минус таңбасы байланысқан зарядтардың таралуы полярлану векторының дивергенциясына қарама-қарсы таңбамен анықталатынын көрсетеді.

$q`_{\text{іш}}$ – тұйық бетпен қамтылған көлемдегі қорытқы байланысқан заряд

$\vec{P}$ векторының ағынын анықтау

$$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V \qquad \mathrm{d}V = l\mathrm{d}S\cos\alpha$$

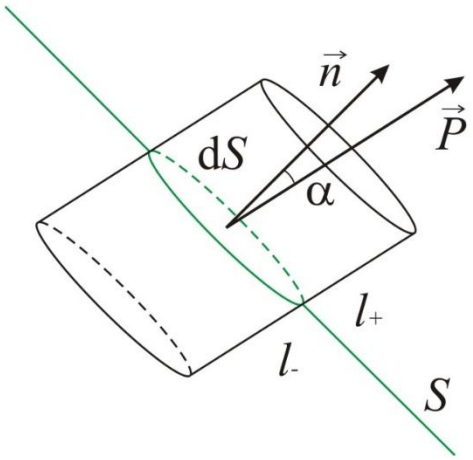


$dq_+ = \rho_+ l_+ dS\cos\alpha$ - dS арқылы сыртқа шыққан заряд

$dq_- = \rho_- l_- dS\cos\alpha$ - dS арқылы ішке кірген заряд

$\vec{l}_+$ және $\vec{l}_-$ – полярлану кезіндегі оң және теріс зарядтардың ығысу векторлары

$\vec{P}$ векторы өрісі үшін Гаусс теоремасы





Осы шартты ескере отырып dS арқылы диэлектриктің сыртына шыққын суммалық байланысқан зарядты табамыз

$$dq' = \rho'_+ l_+ \mathrm{dS}\cos\alpha + \left|\rho'_-\right| l_- \mathrm{dS}\cos\alpha$$

$$\left|\rho'_-\right| = \rho'_+ \qquad l = l_+ + l_-$$

$$dq' = \rho'_+ (l_+ + l_-)\mathrm{dS}\cos\alpha = \rho'_+ l\,\mathrm{dS}\cos\alpha$$

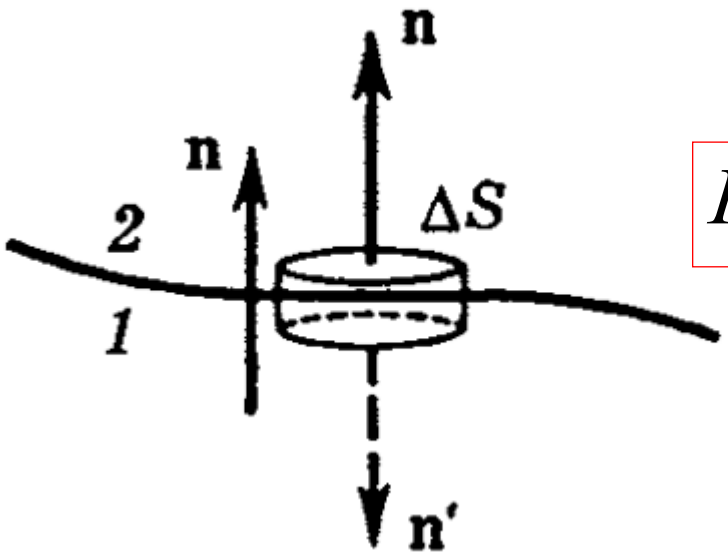
(3) $P = \rho'_+ l \longrightarrow dq' = P\mathrm{dS}\cos\alpha$ $\qquad dq' = P_n \mathrm{dS} = \mathbf{P}\mathrm{dS}$ (5)

$$\oint \vec{P}\,\mathrm{d}\vec{S} = -q_{\text{іш}}^{`} \quad (4)$$

Кез келген тұйық бет арқылы өтетін полярлану векторының ағыны осы бет қамтитын көлемдегі байланысқан зарядтардың алгебралық қосындысына теріс таңбамен тең

$\vec{P}$ векторы үшін шекаралық шарттар,

полярлану кезінде тек беттік байланысқан зарядтар пайда болады.



$$\oint \mathbf{P}\,d\mathbf{S} = -q'_{ish}$$

$$P_{2n}\,dS + P_{1n'}\,dS = -\sigma' dS \quad (7)$$

$$P_{1n} = -P_{1n'} \quad (8)$$

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma' \quad (9)$$

Демек, **P** векторының нормаль құраушысы шекарада өзгеріске ұшырайды, оның шамасы жанасқан беттердегі заряд тығыздығынан (σ′) тәуелді

Егер диэлектрик вакууммен шекараласса (P_{2n}= 0) $\longrightarrow$ $P_n = \sigma' = \chi\varepsilon_0 E_n$

$\vec{P}$ векторының шамасы мен бағыты диэлектриктегі қорытқы электр өрісіне тәуелді болады. Ал электр өрісін еркін зарядтар да, байланысқан зарядтар да тудырады

$\vec{D}$ векторы

E үшін Гаусс теоремасы

$$\oint \varepsilon_0 \mathbf{E} d\mathbf{S} = (q + q')_{iш} \quad (10)$$

Бұл жерден **E**-ні табу қиын (ҒЭ)

$$\oint \mathbf{P} d\mathbf{S} = -q'_{iш}$$

Электр өрісі мен диэлектриктің поляризациясын бір шамаға біріктіретін көмекші вектор:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\oint (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) d\mathbf{S} = q_{iш} \quad (11)$$

$$\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = q_{iш} \quad (12)$$

D үшін Гаусс теоремасы, кез-келген диэлектрик үшін

Дифф. формада

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (13)$$

D векторы диэлектрик ішіндегі электр өрісін сипаттайтын және еркін зарядтардың осы өрісті қалыптастырудағы рөлін анықтауға мүмкіндік беретін физикалық шама

$\vec{D}$ (электр өрісінің индукциясы немесе электрлік ығысу)

Изотропты диэлектриктер үшін

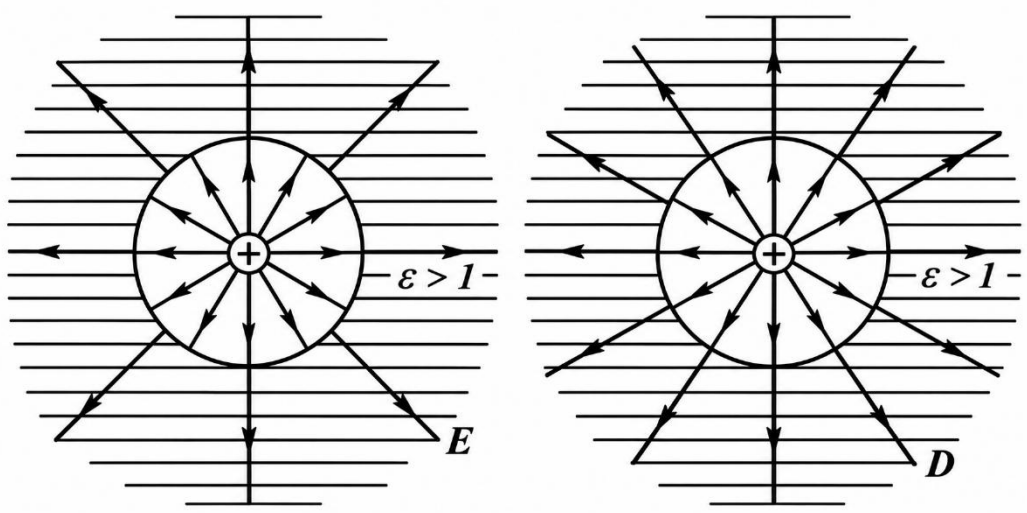
$$\mathbf{P} = \chi\varepsilon_0\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\downarrow$$

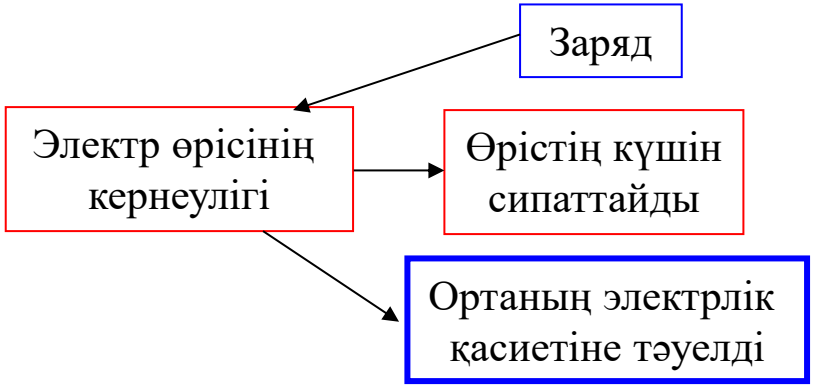
$$\mathbf{D} = \varepsilon_0(1+\chi)\mathbf{E}$$

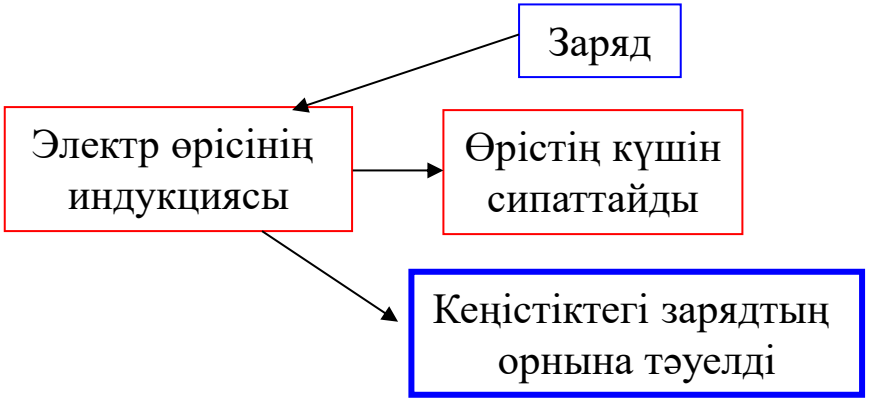
немесе

(14) $$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}\,[\text{Кл/м}^2]$$



D және E векторлары коллинеарлы

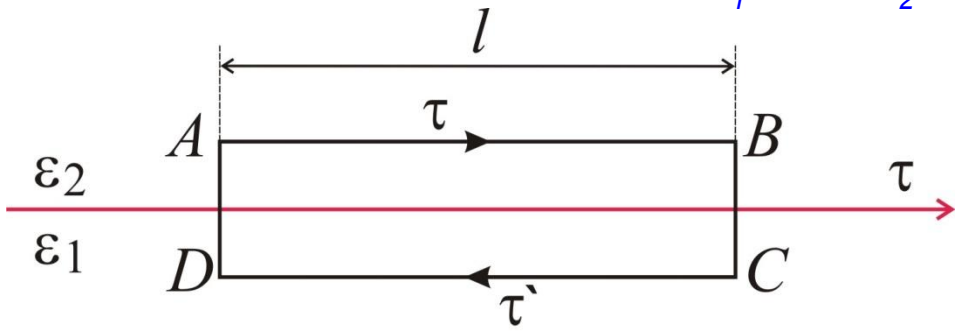




$\varepsilon = 1 + \chi$ – диэлектрлік өтімділік

Бос зарядтары бар шекараласатын беттердегі $\vec{E}$ және $\vec{D}$ векторларының тангенциал құраушылары

E_1 және E_2 векторларының тангенциал құраушылары



$$\oint_{ABCDA} \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = 0$$

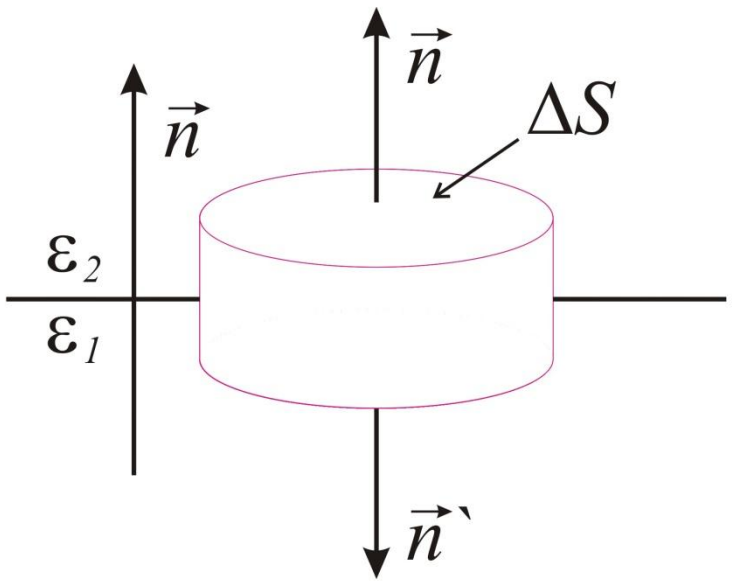
$$E_{\tau_2} l + E_{\tau`_1} l = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_{\tau_1} = E_{\tau_2}}$$

$$E_{\tau`_1} = -E_{\tau_1}$$

D_1 және D_2 векторларының тангенциал құраушылары

$$E_{\tau_1} = \frac{D_{\tau_1}}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} \qquad E_{\tau_2} = \frac{D_{\tau_2}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\frac{D_{\tau_1}}{D_{\tau_2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

$\vec{E}$ және $\vec{D}$ векторларының нормаль құраушылары



D_1 және D_2 векторларының нормаль құраушылары

$$\oint \mathbf{DdS} = q_{iш}$$

$$D_{2n}\Delta S + D_{1n`}\Delta S = \sigma\Delta S$$

$$D_{1n`} = -D_{1n}$$

$$\boxed{D_{2n} - D_{1n} = \sigma}$$

$$\sigma = 0 \rightarrow \boxed{D_{2n} = D_{1n}} \quad (15)$$

E_1 және E_2 векторларының нормаль құраушылары

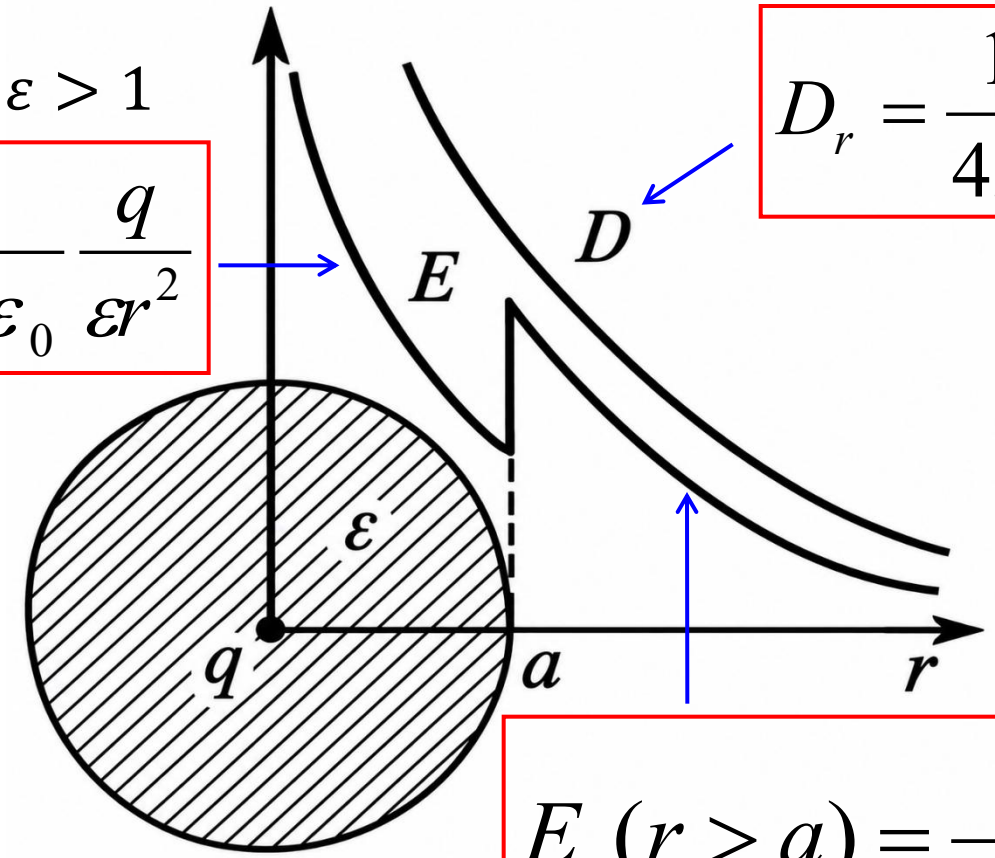
$$D_{n_1} = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_{n_1} \quad D_{n_2} = \varepsilon_0\varepsilon_2 E_{n_2} \longrightarrow \boxed{\frac{E_{n_1}}{E_{n_2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

$\vec{E}$ және $\vec{D}$ векторларының нормаль құраушылары

$$\mathrm{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \mathrm{E}$$

$$D_r = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2} \quad (16)$$

$$E_r(r<a) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$$

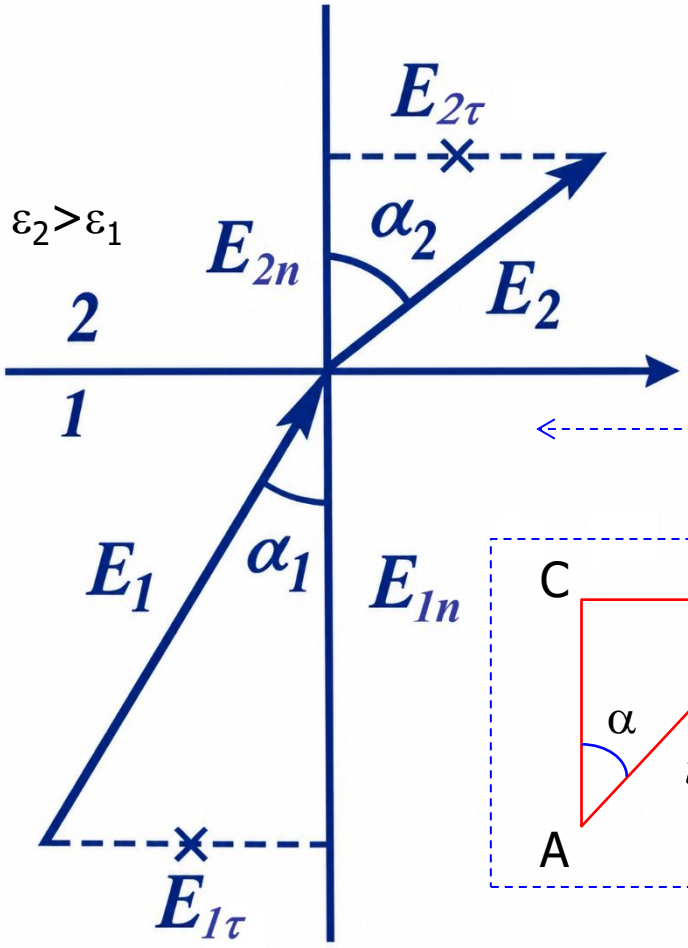


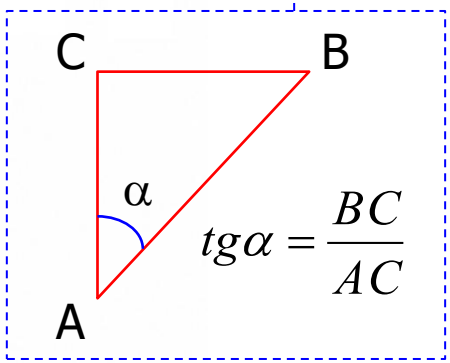
$$E_r(r>a) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

$\vec{E}$ және $\vec{D}$ векторларының шекарада сынуы

Шекарада бөгде зарядтар жоқ болса:

$$E_{\tau_1} = E_{\tau_2} \qquad E_{n_2}\varepsilon_2 = E_{n_1}\varepsilon_1$$





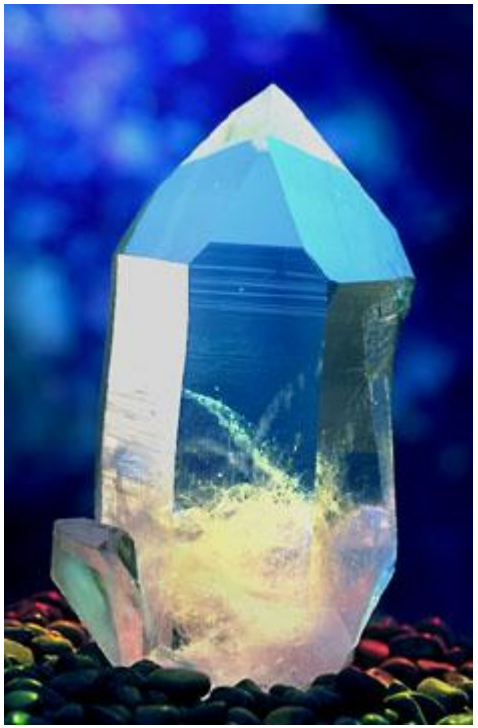
$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{E_{\tau_2}/E_{n_2}}{E_{\tau_1}/E_{n_1}} \qquad (17)$$

немесе

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (18)$$

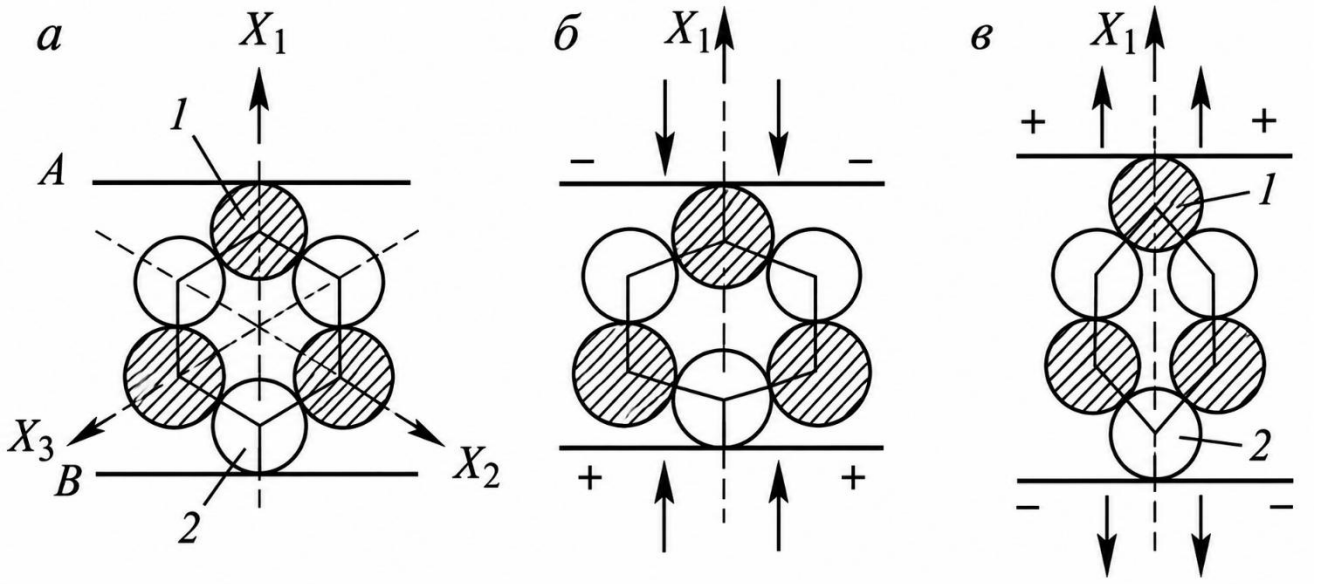
Тура пьезоэффект - механикалық әсерден полярлану

piézō (*πιέζω*) - қысу. Жак және Пьер Кюри, 1880 ж.



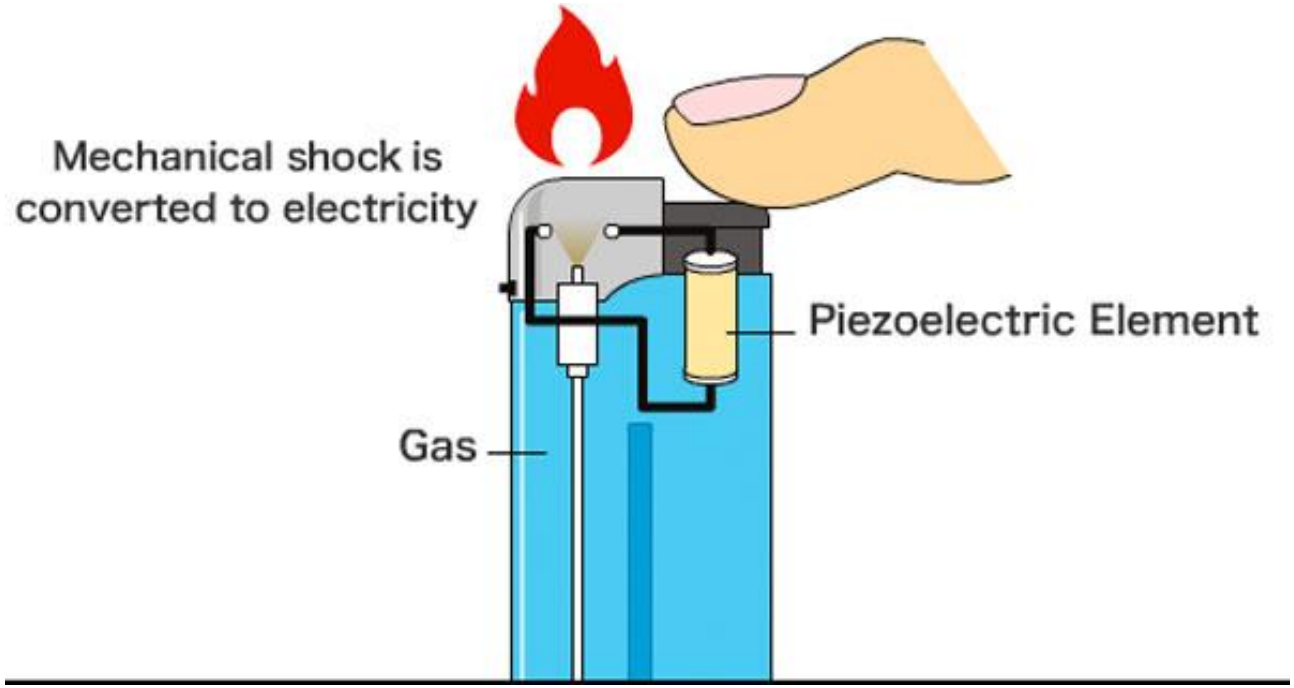
Кварц (SiO_2) кристалы

Қысу Созу

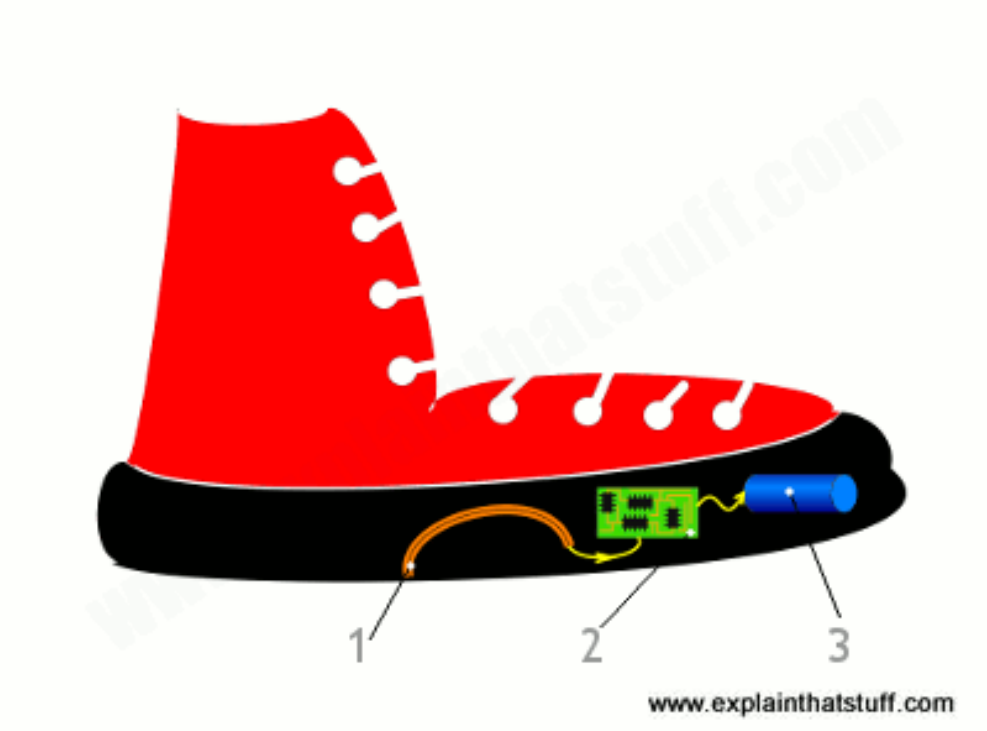


Боялған оң иондар (Si), боялмаған теріс иондар (O)

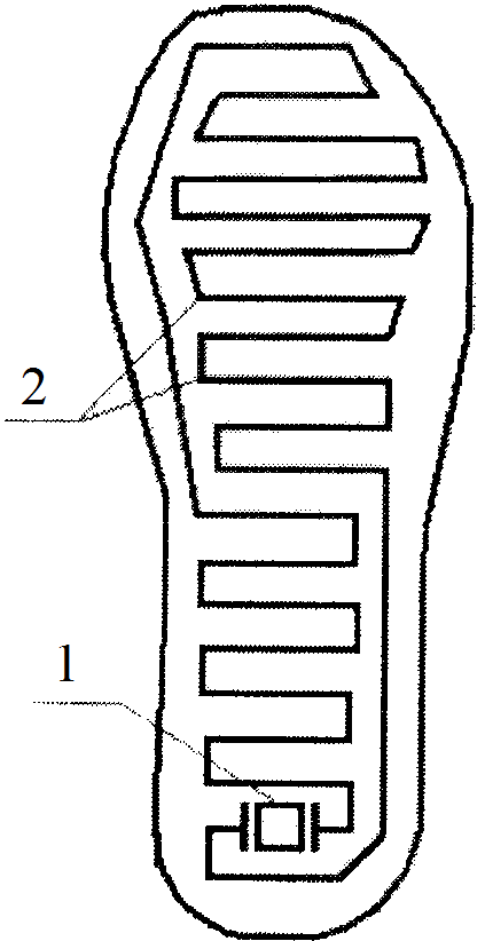
Тура пьезоэффект құбылысына мысал



Тура пьезоэффект құбылысына мысал

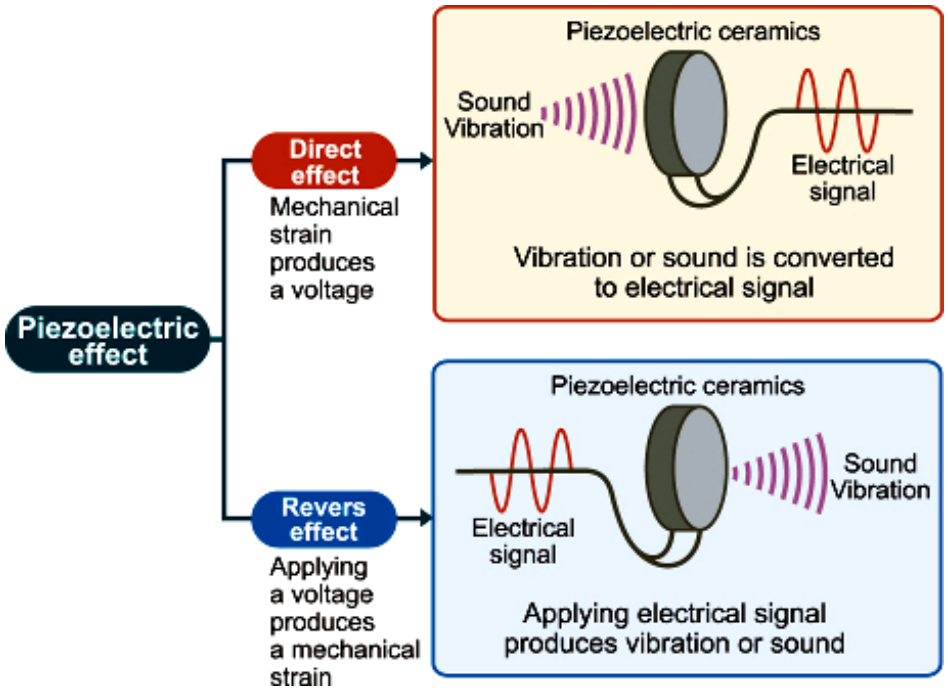


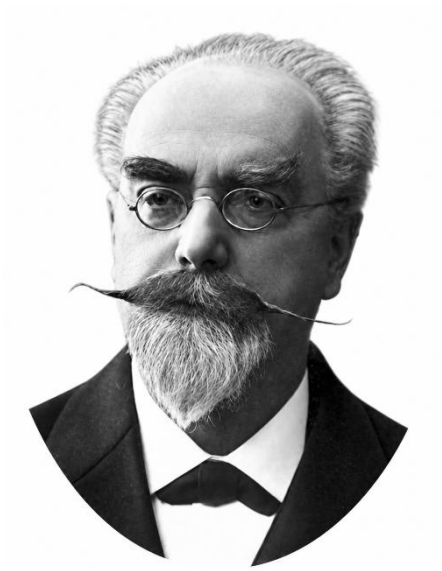
Тура пьезоэффект құбылысына мысал



Патент №216.014.CCB8. КОЧЕТОВ О.С.

Кері пьезоэффект – сыртқы электр өріс әсерінен болатын механикалық деформация. Габриэль Липпман, 1881 ж.



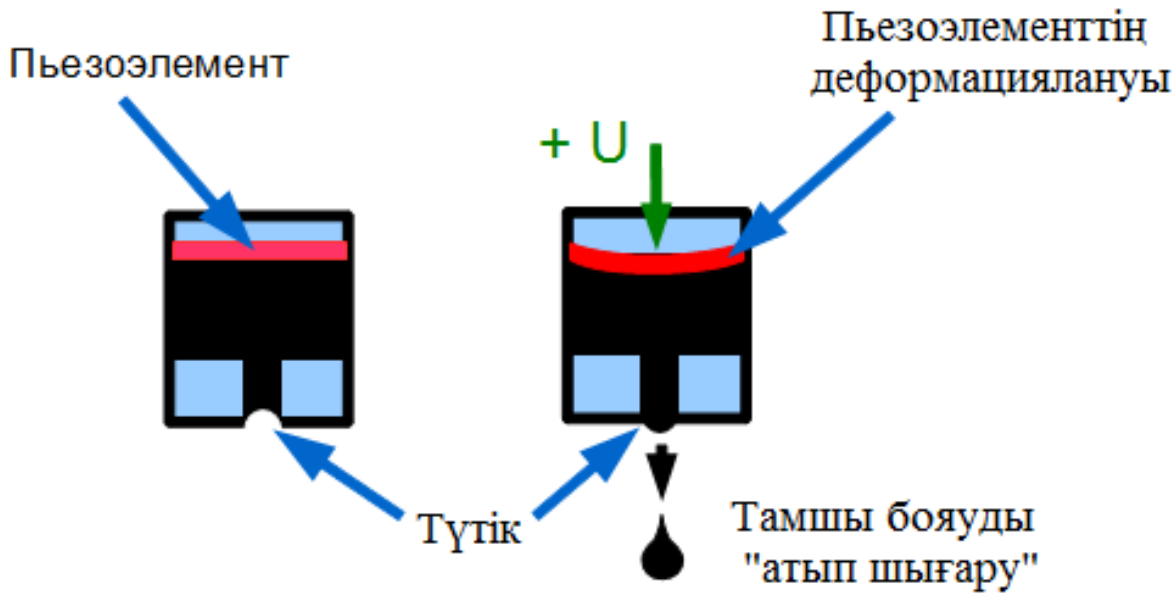


Габриэль Ионас Липпман (1845-1921)

$\Delta D = d_{33} U$ – сыртқы кернеу әсерінен пьезоэлементтің қалыңдығының өзгерісі.

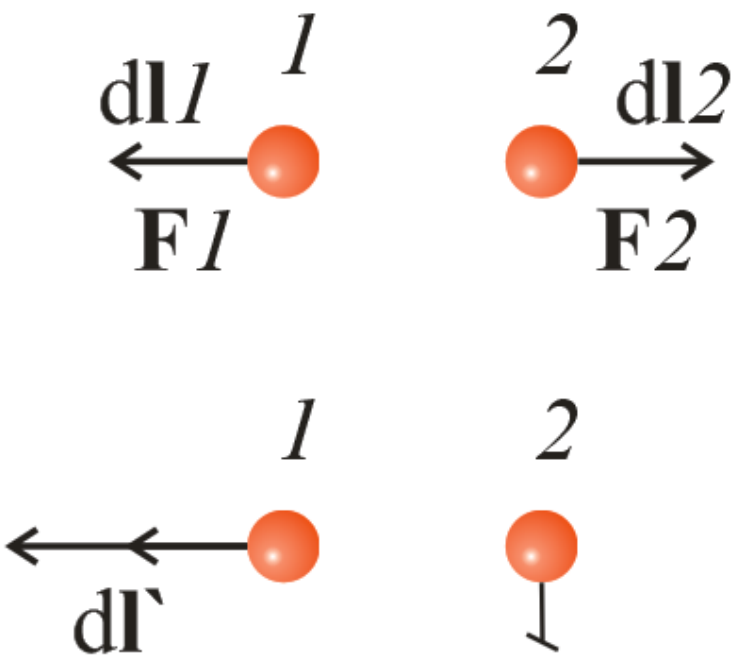
Керамика үшін пьезоэлектрлік модуль $d_{33} = 200 \cdot 10^{-12}$ м/В, демек 100 В кернеу бергенде пьезокерамиканың қалыңдығы шамамен 20 нм-ге өзгереді

Кері пьезоэффект құбылысына мысал. Бояу түкіргіш “принтер”



Әсерлесуге энергетикалық тұрғыдан көзқарас.

Зарядтар жүйесінің әсерлесу энергиясы



Өріс күші атқаратын элементар жұмыс:

$$\delta A_{1,2} = \vec{F}_1 \cdot d\vec{l}_1 + \vec{F}_2 \cdot d\vec{l}_2$$

Ньютонның үшінші заңына сәйкес:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

$$\delta A_{1,2} = \vec{F}_1 \cdot \left(d\vec{l}_1 - d\vec{l}_2\right)$$

$$d\vec{l}_1 = -d\vec{l}_2$$

$$d\vec{l}'_1 = d\vec{l}_1 - d\vec{l}_2$$

$$\delta A_{1,2} = \vec{F}_1 \cdot d\vec{l}'_1$$

$\vec{l}$ – ығысу векторы

Зарядтар жүйесінің әсерлесу энергиясы

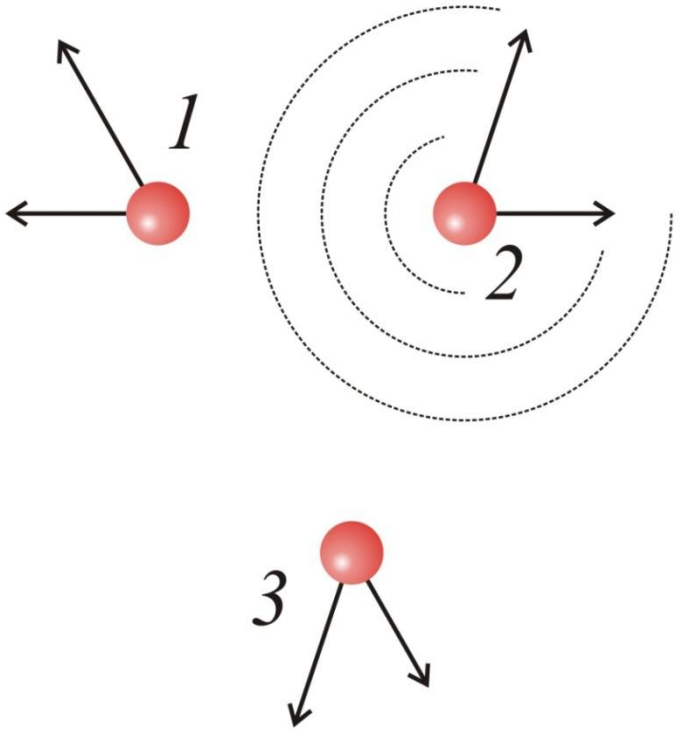
Электрлік күштер зарядтарды бір-бірінен алыстатқанда немесе жақындатқанда жұмыс атқарады. Бұл жұмыс зарядтар жүйесінің потенциалдық энергиясының өзгерісі есебінен орындалады.

2-ші заряд тарапынан 1-ші зарядқа әсер ететін күш консервативті (центрлік күш сияқты).
Осы себепті $d\mathbf{l}`_1$ орын ауыстыртуға кеткен бұл күш жұмысын 2-ші зарядтың өрісіндегі 1-ші зарядтың потенциалдық энергиясының кемуі ретінде, немесе осы қос зарядтың әсерлесуі кезіндегі потенциалдық энергияның кемуі ретінде қарастыруға болады:

$$\delta A_{1,2} = -\mathrm{d}W_{12}$$

Бұл жердегі W_{12} тек арақашықтықтан тәуелді шама

Үш нүктелік зарядтың әсерлесу энергиясы



Әрбір зарядтың орын ауыстыруы кезіндегі толық әсерлесу күшінің жұмысы:

$$\delta A = \delta A_{1,2} + \delta A_{1,3} + \delta A_{2,3}$$

Әр жұп үшін:

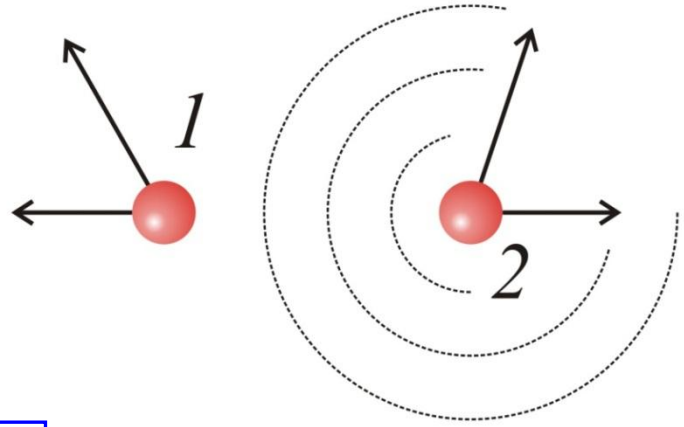
$$\delta A_{i,k} = -\mathrm{d}W_{ik} \rightarrow \delta A = -\mathrm{d}\left(W_{12} + W_{13} + W_{23}\right) = -\mathrm{d}W$$

Жүйенің толық әсерлесу энергиясы: $$W = W_{12} + W_{13} + W_{23}$$

Бұл жердегі W_{12} зарядтар жүйесінің конфигурациясының функциясы

Көп нүктелік зарядтардың әсерлесуі кезіндегі энергия шамасы

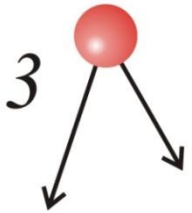
$$W_{ki} = W_{ik} \rightarrow W_{ik} = (W_{ik} + W_{ki})/2$$



Әр жұпты симметриялы деп қарастырайық

$$W = (W_{12} + W_{21} + W_{13} + W_{31} + W_{23} + W_{32})/2$$

Ұқсас индексті мүшелерді топтастырамыз



$$W = [(W_{12} + W_{13}) + (W_{21} + W_{23}) + (W_{31} + W_{32})]/2$$

Зарядтар санынан тәуелсіз

Жақшадағы суммалар *i*-ші зарядтың басқа зарядтармен әсерлесу энергиясы, сондықтан:

$$W = \frac{1}{2}(W_1 + W_2 + W_3) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} W_i$$

Нүктелік зарядтар жүйесінің әсерлесу энергиясы

$$W = \frac{1}{2}\sum W_i$$

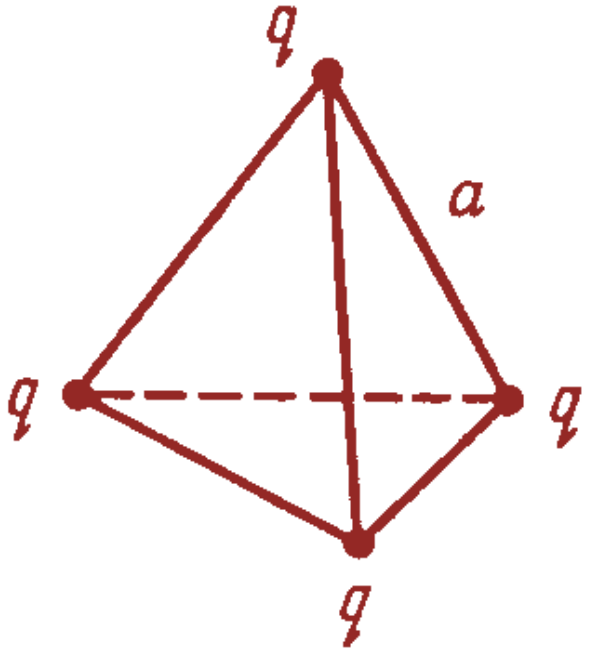
мұндағы $W_i = q_i\varphi_i$

$\varphi_i - q_i$ заряд орналасқан нүктедегі
барлық басқа зарядтар туғызған потенциал

$$W = \frac{1}{2}\sum q_i\varphi_i \quad (19)$$

Мысалы тетраэдр ұштарындағы зарядтардың әсерлесу энергиясы

$W_i = q_i \varphi_i$ ← Әр жұптың әсерлесу энергиясы



$$W_1 = q^2 / 4\pi\varepsilon_0 a.$$

$$W = 6W_1 = 6q^2 / 4\pi\varepsilon_0 a.$$

немесе

$$W = {}^1/_2 \sum q_i \varphi_i$$

q заряд орналасқан жердегі қалған үш заряд тудыратын потенциал:

$$\varphi = 3q / 4\pi\varepsilon_0 a.$$

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{4} q_i \varphi_i = \frac{1}{2} 4q\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{6q^2}{a}.$$

Әсерлесудің толық энергиясы

Толық энергия

(егер зарядтар үзіксіз таралған болса)

$$W = \frac{1}{2}\sum q_i \varphi_i \quad (19) \longrightarrow \quad dq = \rho dV \longrightarrow \quad W = \frac{1}{2}\int \rho \varphi dV \quad (20)$$

φ – жүйенің барлық зарядтары тудыратын dV элементар көлемдегі потенциал

Біркелкі зарядталған екі шардың әсерлесу энергиясы:

$$W_{12} = (q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2)/2$$

$$W = W_1 + W_2 + W_{12}$$

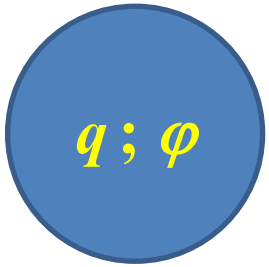
W_1, W_2 – зарядтардың өздік энергиясы, W_{12} – өзара әсерлесу энергиясы

Оқшауланған өткізгіш шардың электр энергиясы

$$W = \frac{1}{2}\int_V \rho\,(\vec{r})\varphi(\vec{r})\,dV$$

$\varphi = const$

Біркелкі зарядталған өткізгіш шар



$$W = \frac{\varphi}{2}\int_V \rho\,(\vec{r})\,dV$$

Заряд тығыздығының көлем бойынша интегралы толық электр зарядын береді: $\int_V \rho\,(\vec{r})\,dV = q$

$$q = C\varphi \qquad \varphi = \frac{q}{C}$$

$$\mathrm{W} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Конденсатордың электр энергиясы

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2}\int \rho\varphi \mathrm{d}V \qquad (20)$$

Оң астарының зарядымен потенциалы

$$\mathrm{W} = \left(q_+\varphi_+ + q_-\varphi_-\right)/2$$

$$q_- = -q_+$$



W≈10 Дж

$$\mathrm{W} = q_+\left(\varphi_+ - \varphi_-\right)/2 = qU/2$$

$$q = CU$$

$$\mathrm{W} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} \qquad (21)$$

Электр өрісі энергиясының конденсаторда шоғырлануы

Заряд және потенциал арқылы: $\mathrm{W} = \frac{1}{2}\int \rho\varphi \mathrm{d}V$

$$\mathrm{W} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU^2}{2h} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{U}{h}\right)^2 Sh$$

$$\frac{U}{h} = E \qquad E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0} \qquad Sh = V$$

(22) $$\mathrm{W} = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\right)V = \left(\frac{ED}{2}\right)V$$

V көлемді толтырып тұрған біркелкі өріс үшін

(23) $$\mathrm{W} = \int \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\mathrm{d}V = \int \frac{\mathbf{ED}}{2}\mathrm{d}V$$

Біркелкі емес өріс үшін

ε – диэлектрлік өтімділік

Энергия тасымалдаушы, өріс

$$W = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\right) V \quad (22) \quad \Rightarrow \quad \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{W}{V} = w \quad (24)$$

(24) $$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\mathbf{ED}}{2}$$

Электр энергиясының кеңістікте таралуының көлемдік тығыздығы

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

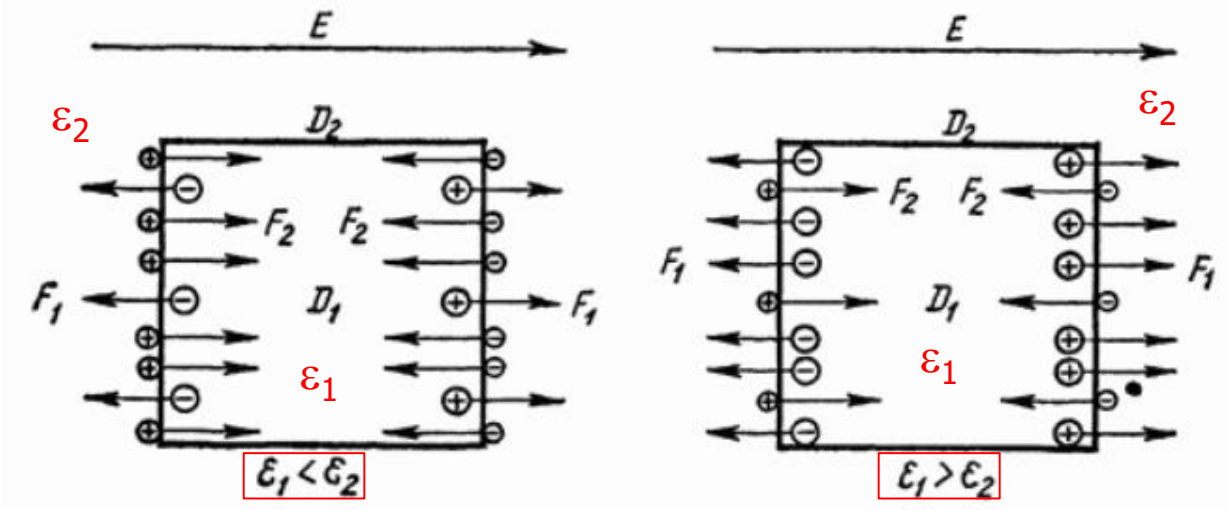
(25) $$w = \frac{\mathbf{ED}}{2} = \frac{\mathbf{E}\left(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}\right)}{2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mathbf{EP}}{2}$$

вакуумдағы өріс жұмысы *диэлектриктің поляризациялануымен байланысты*

Өріс кернеулігінің тұрақты мәнінде егер орта диэлектрикке ауысса, онда *w* мәні бастапқыдан ε есе көп болады, себебі диэлектрик поляризацияланғанда қосымша жұмыс жасайды

Пондеромоторлы күш. Электр стрикциясы

$$\mathbf{F_P} \propto \mathbf{E}^2$$



сығылады созылады

Диаметрлері үлкен шарлар D_1 диэлектриктің беттік зарядтары, мұндай зарядтардың бірлік беттегі саны диэлектриктің ε-нан тәуелді.

Пондеромоторлы күш әсерінен буынның сырқырауы

