ТУРБУЛЕНТТІЛІК ФИЗИКАСЫ

Сақталу заңдары және ағыс теңдеулері

Масса және импульс
Навье–Стокс теңдеуі

Исатаев М.С.



1 ДӘРІС
Сақталу заңдары

Дәрістің мақсаты мен құрылымы

Мақсат

Масса мен импульстің сақталу заңдарынан ағыс теңдеулерін алу қағидаларын түсіндіру.

Негізгі мазмұн

Импульс балансы

Материалдық туынды

Навье–Стокс теңдеуі

Үзіксіздік теңдеуі

Оқу нәтижесі

Теңдеу мүшелерінің мағынасын түсіндіру.

Қолданылу шарттарын ажырату.

Қарапайым ағыс есебін шығару.

Импульс және оның сақталуы

Импульс

$$\vec{p} = m\vec{v}$$
$$\vec{P} = \Sigma m_i \vec{v}_i$$

Күштер балансы

$$d\vec{P}/dt = \Sigma \vec{F}_{сырт}$$

Сақталу шарты

$\Sigma \vec{F}_{сырт} = 0$ болса, материалдық жүйенің толық импульсі тұрақты болады.

Ағынға қолдану

Бақылау беті арқылы өтетін импульс ағынын күштер балансында ескеру қажет.

Материалдық туынды

$$D/Dt = \partial/\partial t + \vec{v} \cdot \nabla$$

Жергілікті үдеу

$\partial \vec{v}/\partial t$

Берілген нүктедегі жылдамдықтың уақыт бойынша өзгеруі.

Конвективтік үдеу

$(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$

Бөлшектің жылдамдығы әртүрлі аймақтар арқылы өтуінен туатын өзгеріс.

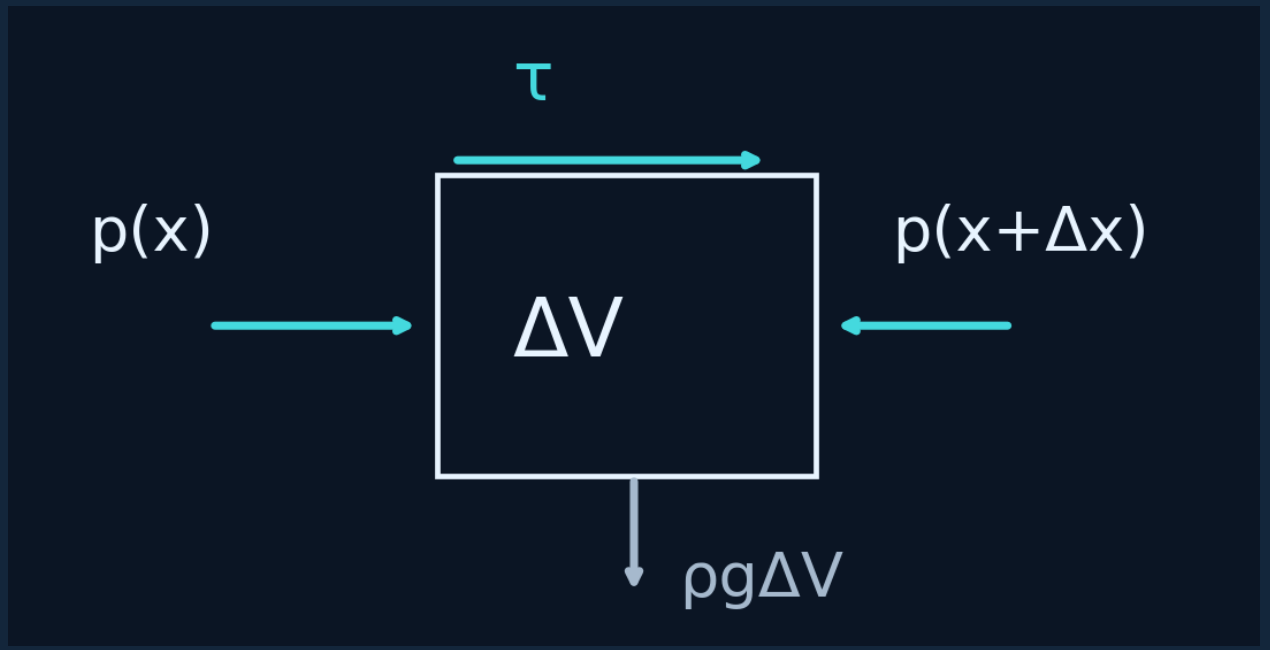
Сұйық элементіне әсер ететін күштер

Қысым

$-\nabla p$
Қысым градиентінің әсері

Тұтқырлық

$\nabla \cdot \tau$
Жанама кернеулердің әсері



Көлемдік күш: $\rho\vec{f}$. Ауырлық үшін $\vec{f} = \vec{g}$.

Навье–Стокс теңдеуі

Жалпы импульс балансы

$$\rho \, Dv^{\rightarrow}/Dt = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho f^{\rightarrow}$$

Сығылмайтын ньютондық сұйық

$$\rho[\partial v^{\rightarrow}/\partial t + (v^{\rightarrow} \cdot \nabla)v^{\rightarrow}] = -\nabla p + \mu \nabla^2 v^{\rightarrow} + \rho f^{\rightarrow}$$

Қолданылу шарттары

ρ = const, μ = const

$f^{\rightarrow}$ бірлік массаға әсер ететін күш.

Лездік өрістер.

Теңдеу мүшелерінің мағынасы

Мүше	Физикалық мағынасы
$\rho \partial \vec{v}/\partial t$	Жергілікті импульс өзгерісі
$\rho(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}$	Конвективтік импульс тасымалы
$-\nabla p$	Қысым градиентінің әсері
$\mu \nabla^2 \vec{v}$	Тұтқырлық арқылы импульстің таралуы
$\rho \vec{f}$	Көлемдік күштердің әсері

Барлық мүшелердің өлшем бірлігі: Н/м³

Бақылау көлеміндегі масса балансы

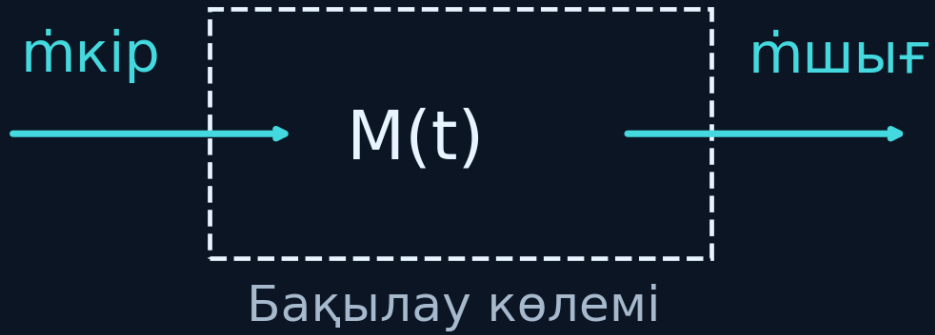
Массаның жиналуы

dM/dt = ṁкір − ṁшығ

Орныққан баланс

dM/dt = 0 болғанда
ṁкір = ṁшығ

Кіріс пен шығыс шығындары тең.



$$\frac{d}{dt}\int_V \rho\, dV + \oint_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n}\, dS = 0$$

Үзіксіздік теңдеуі

Дифференциалдық түрі

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

Материалдық түрі

$$D\rho / Dt + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0$$

Сығылмайтын ағыс

$$D\rho / Dt = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

Декарт координаталарында

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z = 0$$

Мысал: тарылған арнадағы жылдамдық

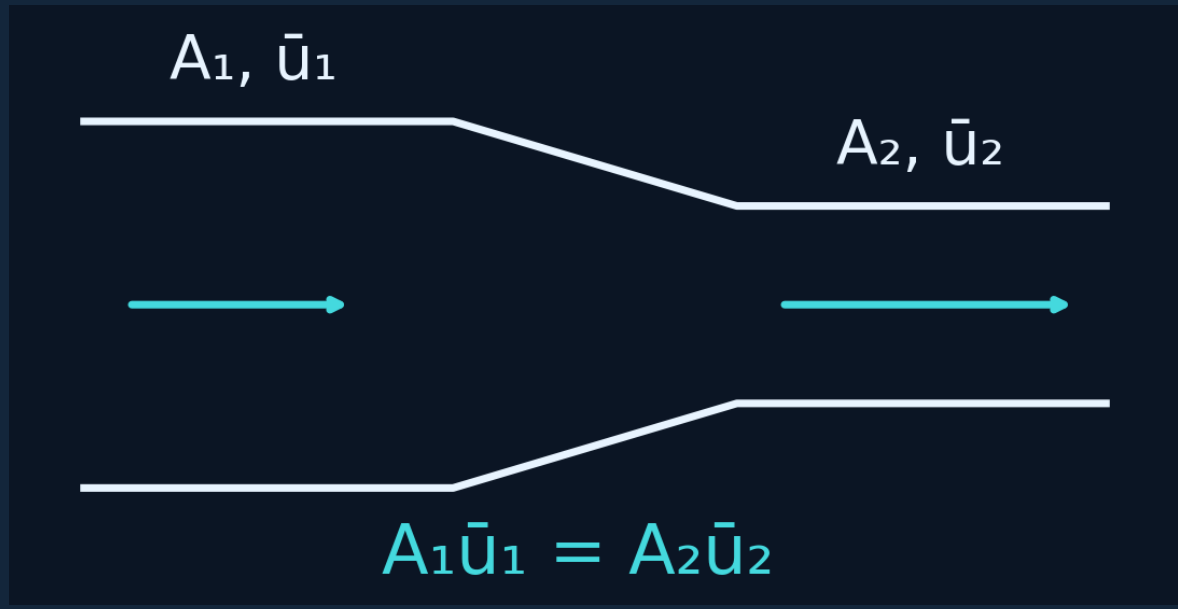
Берілгені

$A_1 = 0{,}020$ м²
$A_2 = 0{,}010$ м²
$\bar{u}_1 = 2{,}0$ м/с
$\rho = \text{const}$

Нәтиже

$\bar{u}_2 = A_1\bar{u}_1/A_2$
$\bar{u}_2 = 4{,}0$ м/с

$Q = 0{,}040$ м³/с



Орныққан ағыс, бір кіріс пен бір шығыс.
Қабырға арқылы ағып кету жоқ.
ū қима бойынша орташа жылдамдық.

Турбуленттік ағысты сипаттау

Рейнольдс саны

$Re = UL/\nu$
$\nu = \mu/\rho$

Инерциялық және тұтқыр әсерлердің арақатынасы.

Режим геометрия мен ұйытқуларға да тәуелді.

Есептің шарттары

Бастапқы жылдамдық өрісі.

Кіріс пен шығыстағы шекаралық шарттар.

Қозғалмайтын қатты қабырғада: $\vec{v} = 0$.

Орташалау

Турбуленттік теңдеулерде Рейнольдс кернеулері пайда болады.

Оларды сипаттау үшін тұйықтау моделі қажет.

Қорытынды және өзін өзі тексеру

Негізгі қорытынды

Импульс балансы қозғалыс теңдеуін береді.

Масса балансы үзіксіздік теңдеуін береді.

Қолданылу шарттары ескеріледі.

01 Импульс қашан сақталады?

02 Үдеудің екі құраушысы қалай ажыратылады?

03 Навье–Стокс теңдеуіндегі күштерді түсіндіріңіз.

04 Массалық шығындар қашан тең болады?

05 $A_1\bar{u}_1 = A_2\bar{u}_2$ өрнегінің шарттары қандай?