КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. АЛЬ-ФАРАБИ

Типовые динамические звенья систем автоматического управления

Теория линейных систем автоматического управления

Лекция 7 • Нұрғалиев М.К. • Алматы

Цель и план лекции

Цель

Изучить модели типовых звеньев, их передаточные функции, временные и частотные характеристики.

Ключевые методы

Дифференциальные уравнения, преобразование Лапласа, анализ откликов.

Результат

Различать типы динамики и выбирать модели реальных объектов.

11 ПУНКТОВ ПЛАНА — 11 ОТДЕЛЬНЫХ СОДЕРЖАТЕЛЬНЫХ СЛАЙДОВ

01 Общие сведения о типовых динамических звеньях

02 Пропорциональное звено

03 Инерционное звено первого порядка

04 Интегрирующее звено

05 Дифференцирующее звено

06 Пропорционально-дифференцирующее звено

07 Апериодическое звено второго порядка

08 Колебательное звено

09 Консервативное звено

10 Сравнение типовых динамических звеньев

11 Практическое применение типовых динамических звеньев

Общие сведения о типовых динамических звеньях

Определение

Динамическое звено — математическая модель элемента САУ, описывающая закон преобразования входа в выход.

Классификация

Звенья различают по виду математической модели, а не по физическому назначению.

ОДИН ТИП МОДЕЛИ МОЖЕТ ОПИСЫВАТЬ РАЗНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ

RC-цепь

апериодическое звено

Тепловой объект

апериодическое звено

Масса–пружина

колебательное звено

Для каждого звена применяют:

- дифференциальное уравнение
- передаточная функция
- переходная характеристика
- импульсная характеристика
- АФЧХ, АЧХ и ФЧХ

Пропорциональное звено

$$y(t) = kx(t)$$

Выход мгновенно пропорционален входу

$$W(s) = k$$

Передаточная функция

Переходная характеристика

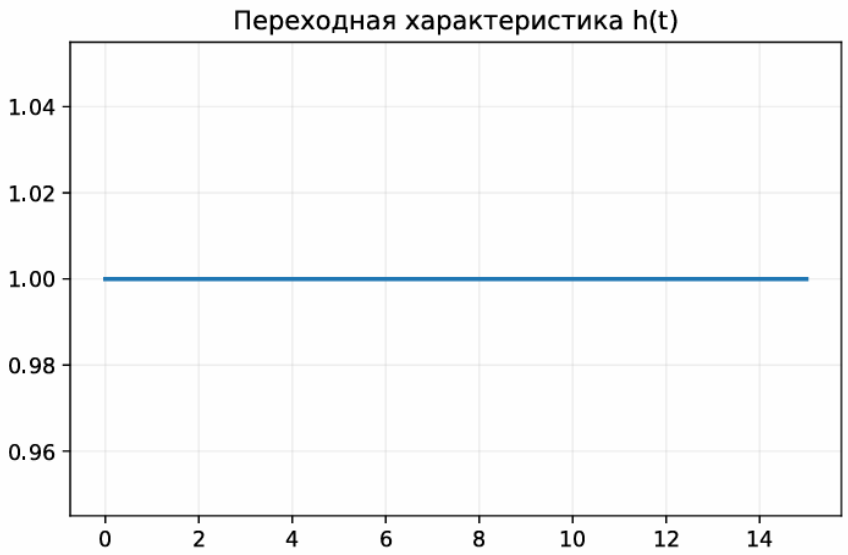
h(t)=k·1(t): после скачка выход сразу равен k.

Импульсная характеристика

w(t)=kδ(t): идеальная мгновенная реакция на импульс.

Частотные свойства

A(ω)=k; φ(ω)=0 при k>0.



ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ

Идеальный усилитель.

Датчик с линейной статической характеристикой.

Безынерционный преобразователь сигнала.

Инерционное (апериодическое) звено первого порядка

$$T\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t)$$

T — постоянная времени; k — коэффициент передачи

$$W(s) = \frac{k}{Ts+1}$$

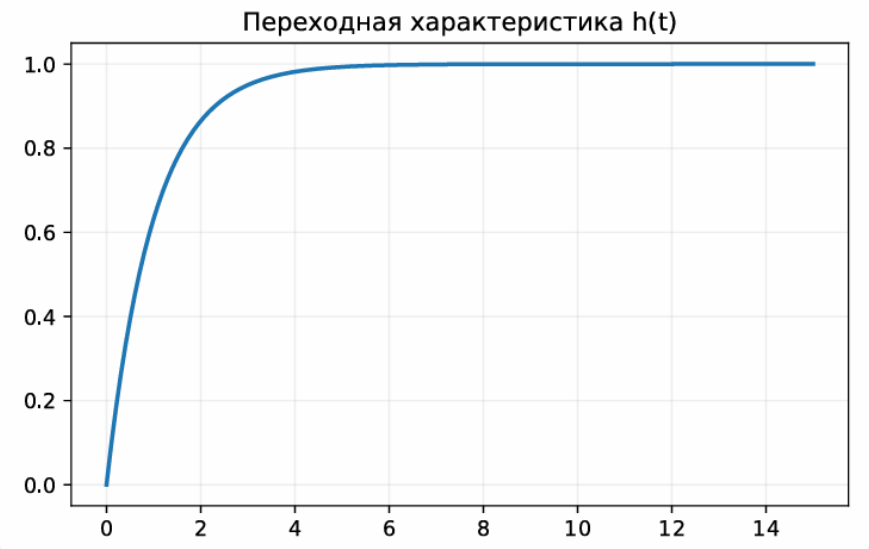
Передаточная функция

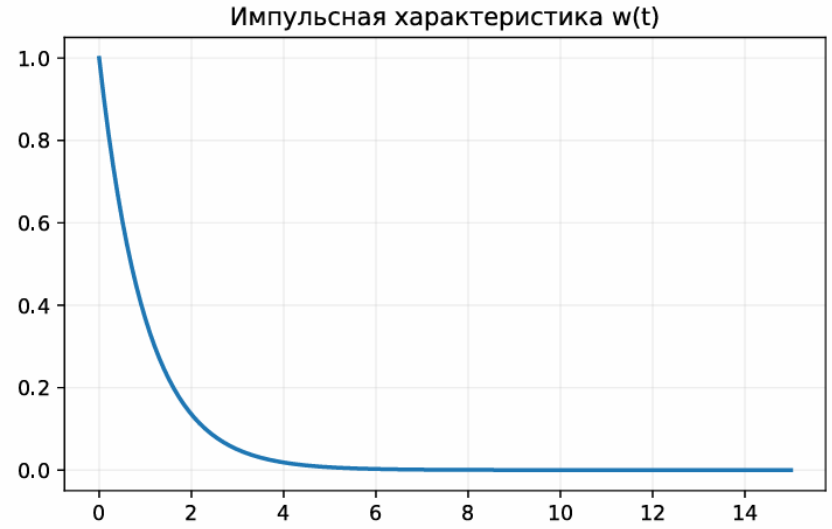
$$h(t) = k\left(1 - e^{-t/T}\right)$$

Переходная характеристика, t≥0

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{k}{T}e^{-t/T}, \qquad t \geq 0$$

Импульсная характеристика, t≥0





Интерпретация

При t=T достигается 63,2% установившегося значения; при 3T — около 95%; при 5T — более 99%. Большая T означает более медленный отклик.

Интегрирующее звено

$$y(t) = k\int_0^t x(\tau)\,d\tau$$

Накопление входного воздействия

$$W(s) = \frac{k}{s}$$

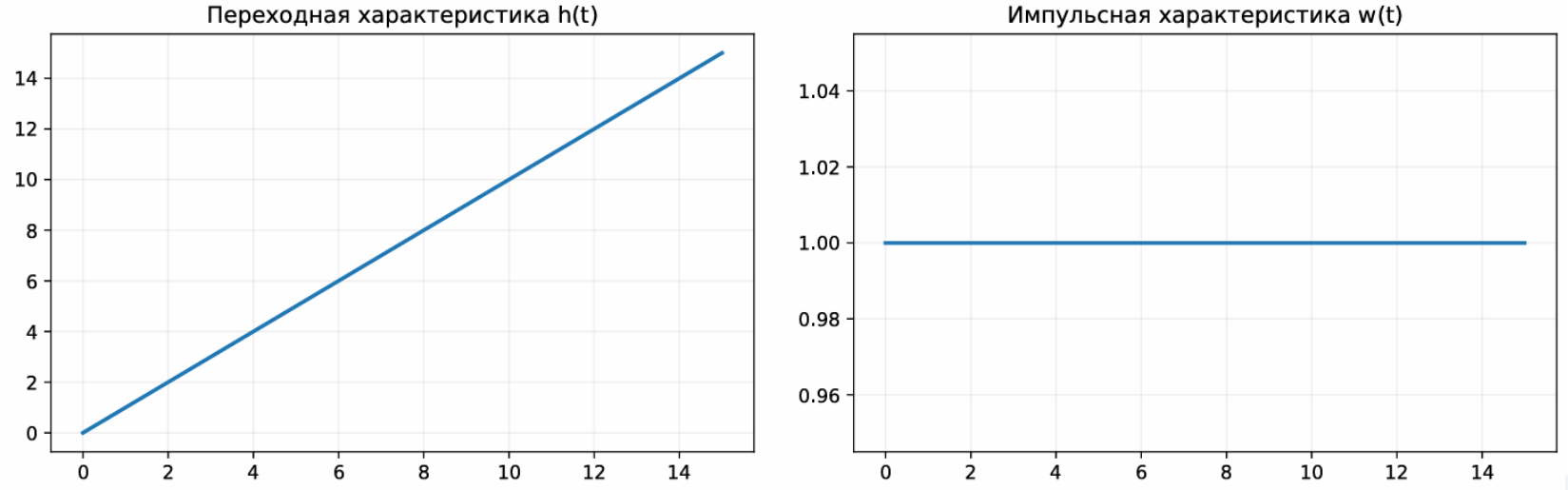
Передаточная функция

$$h(t) = kt$$

Переходная характеристика

$$w(t) = k \cdot 1(t)$$

Импульсная характеристика



Частотные свойства и применение

A(ω)=k/ω; φ(ω)=−90°. Применяется в интегральных регуляторах, системах позиционирования и моделях накопления уровня жидкости.

Дифференцирующее звено

$$y(t) = k\frac{dx(t)}{dt}$$

Выход пропорционален скорости изменения входа

$$W(s) = ks$$

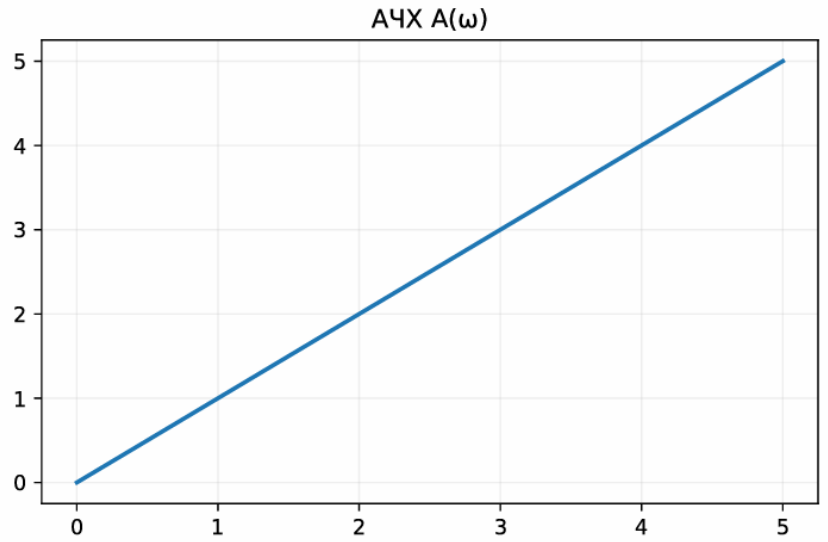
Передаточная функция

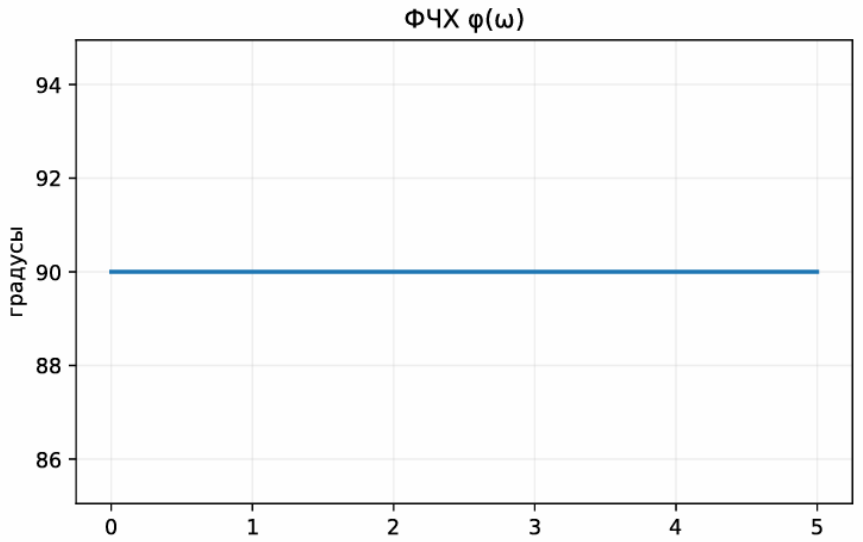
$$h(t) = k\delta(t)$$

Ступенчатый вход вызывает импульс в момент скачка

$$w(t) = k\delta'(t)$$

Импульсная характеристика — производная δ-функции





Ограничение идеальной модели

Идеальный дифференциатор физически нереализуем: реальное устройство имеет ограниченную полосу пропускания.

Пропорционально-дифференцирующее звено

$$y(t) = kx(t) + kT_d \frac{dx(t)}{dt}$$

Совместное действие P- и D-составляющих

$$W(s) = k(1 + T_d s)$$

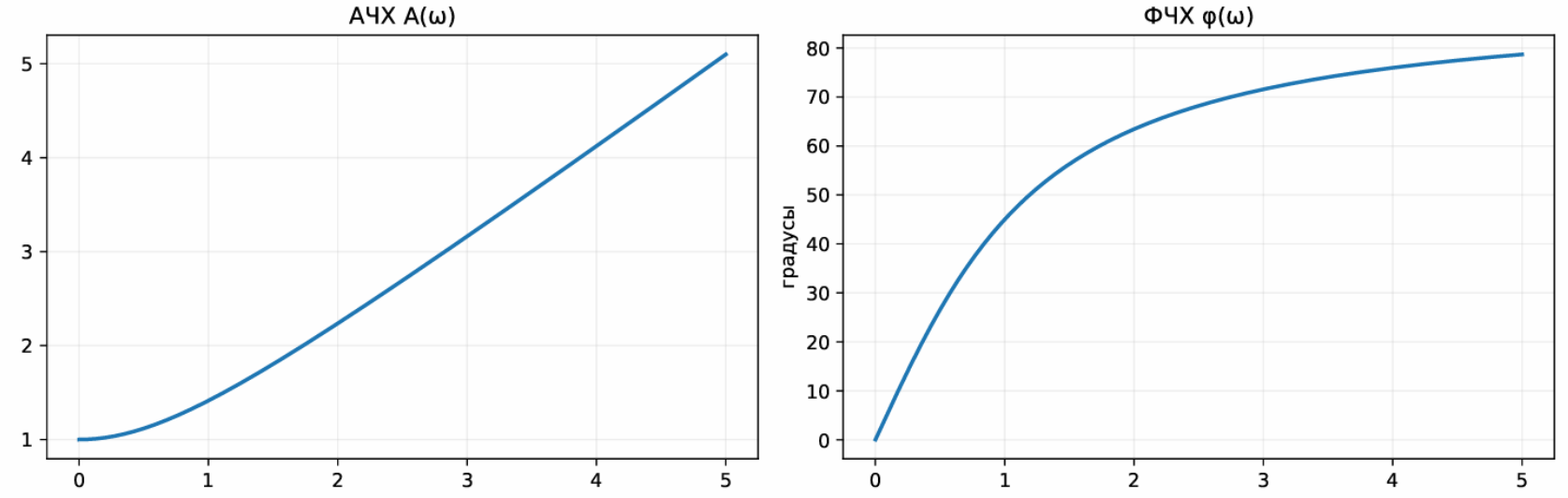
Передаточная функция

$$h(t) = k1(t) + kT_d \delta(t)$$

Скачок и импульсная составляющая

$$A(\omega) = k\sqrt{1 + T_d^2 \omega^2}$$

Амплитудная характеристика



Применение

Используется в ПД- и ПИД-регуляторах: реагирует на текущее отклонение и скорость его изменения.

Апериодическое звено второго порядка

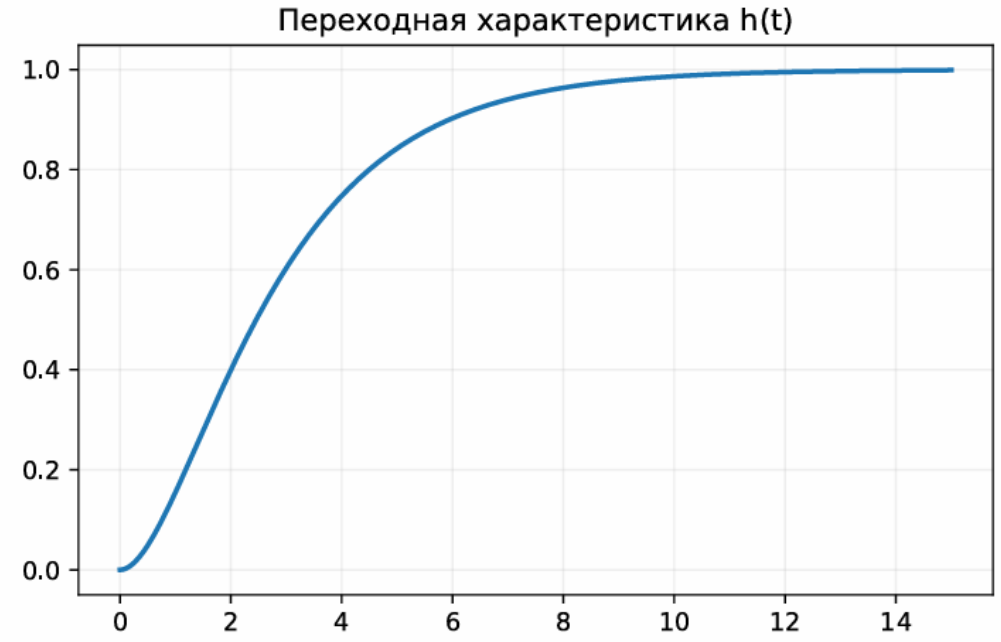
$$W(s) = \frac{k}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

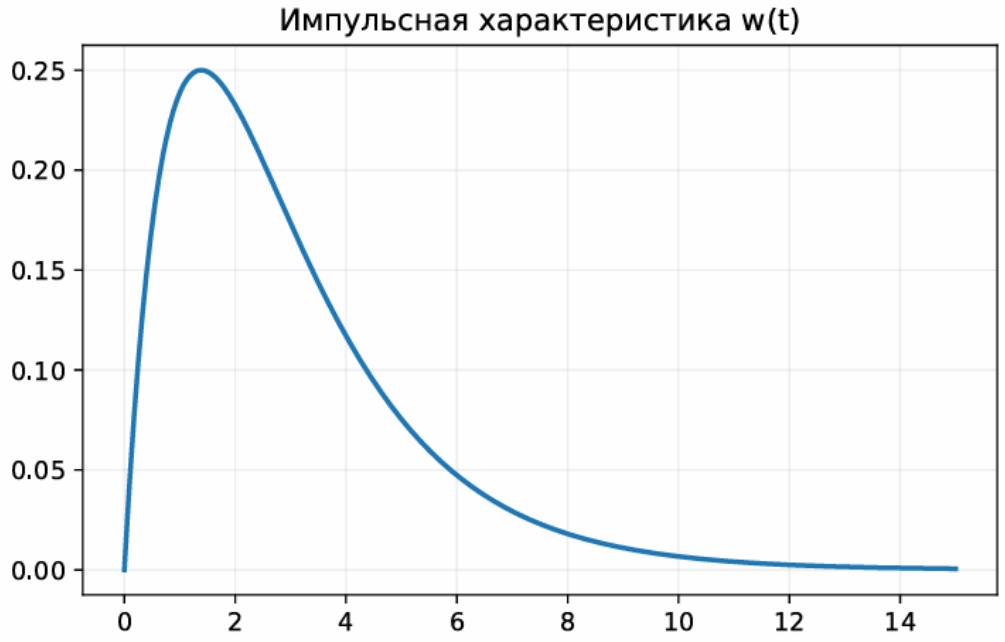
$$h(t) = k\left[1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right)e^{-t/T}\right]$$

Переходная характеристика при $T_1 \neq T_2$

$$w(t) = \frac{k}{T_1 - T_2}\left(e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2}\right)$$

Импульсная характеристика





Колебательное звено

$$T^2\frac{d^2y}{dt^2}+2\xi T\frac{dy}{dt}+y=kx(t) \quad W(s)=\frac{k}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$$

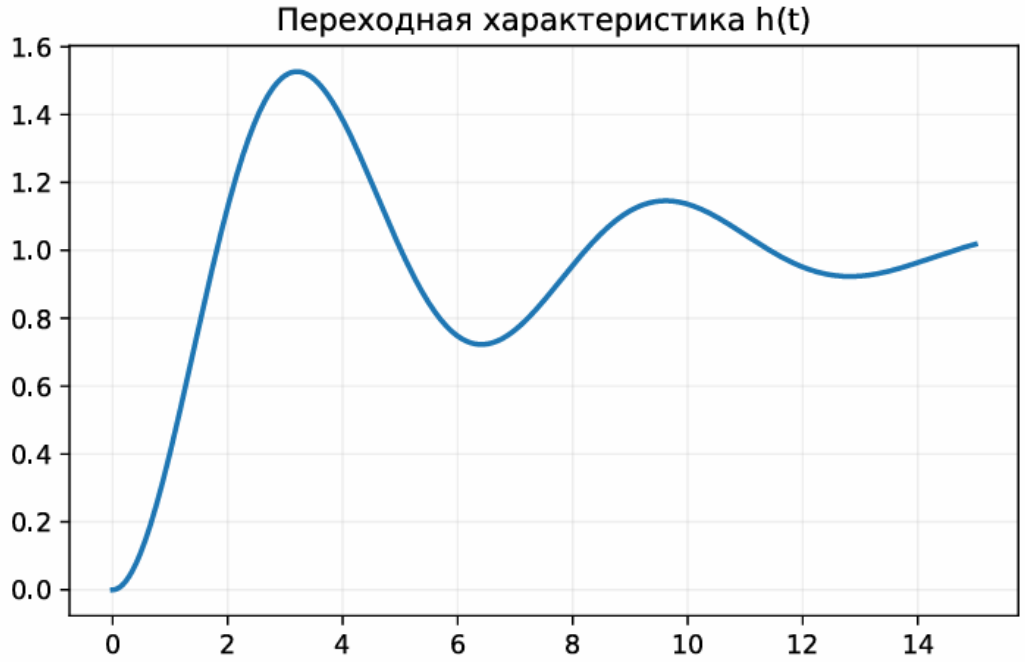
Колебательное звено второго порядка; 0<ξ<1

$$w(t)=\frac{k}{T\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi t/T}\sin\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right)$$

Комплексно-сопряжённые полюса

$$h(t)=k\left[1-e^{-\xi t/T}\left(\cos\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t\right)\right]$$

Резонансная частота при ξ<1/√2





Консервативное звено

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1}$$

Частный случай колебательного звена при ξ=0

$$s_{1,2} = \pm j\frac{1}{T}$$

Полюса находятся на мнимой оси

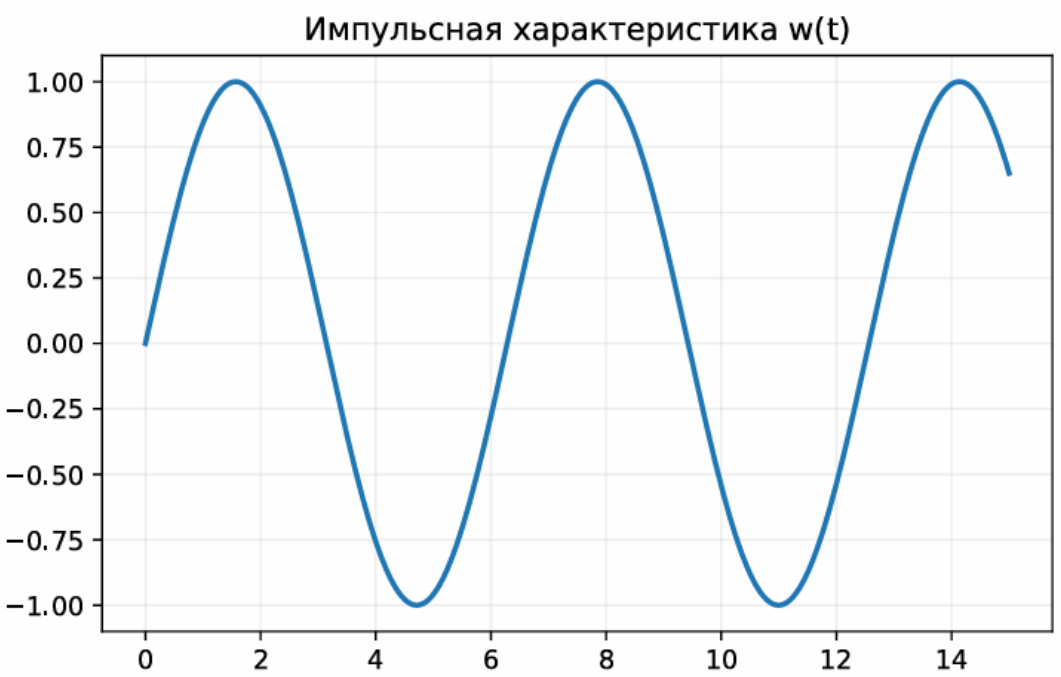
$$h(t) = k\left(1 - \cos\frac{t}{T}\right)$$

Незатухающая переходная характеристика

$$w(t) = \frac{k}{T}\sin\frac{t}{T}$$

Незатухающая импульсная характеристика





Основные выводы

Типовые динамические звенья классифицируются по математической модели и могут описывать разные физические объекты.

Переходная характеристика показывает реакцию на ступень; импульсная — на единичный импульс; АЧХ и ФЧХ — частотные свойства.

Апериодические звенья отражают инерцию; интегрирующие — накопление; дифференцирующие — скорость изменения сигнала.

Колебательное звено имеет затухающие колебания; консервативное — незатухающие колебания при отсутствии демпфирования.

Положение полюсов и коэффициент демпфирования определяют характер динамической реакции и важны для анализа устойчивости.

Контрольные вопросы

- Что называется типовым динамическим звеном?
- Как определяется передаточная функция динамического звена?
- Что представляет собой переходная характеристика?
- Как связаны переходная и импульсная характеристики?
- Что показывает амплитудная частотная характеристика?
- Как определяется фазовая частотная характеристика?
- Какими свойствами обладает пропорциональное звено?
- Что характеризует постоянная времени апериодического звена?
- Почему интегрирующее звено называют накопительным?
- Почему идеальное дифференцирующее звено нельзя реализовать физически?
- В чём назначение ПД-звена?
- Чем апериодическое звено второго порядка отличается от первого?
- Как демпфирование влияет на колебательный процесс?
- При каких условиях возникает резонанс?
- Чем консервативное звено отличается от колебательного?

Список использованной литературы

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. — СПб.: Профессия.

2. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Линейные системы. — М.: Физматлит.

3. Кузовков Н. Т. Теория автоматического управления. — М.: Высшая школа.

4. Ogata K. Modern Control Engineering. — 5th ed. — Prentice Hall, 2010.

5. Dorf R. C., Bishop R. H. Modern Control Systems. — 13th ed. — Pearson, 2017.

6. Nise N. S. Control Systems Engineering. — 8th ed. — Wiley, 2019.