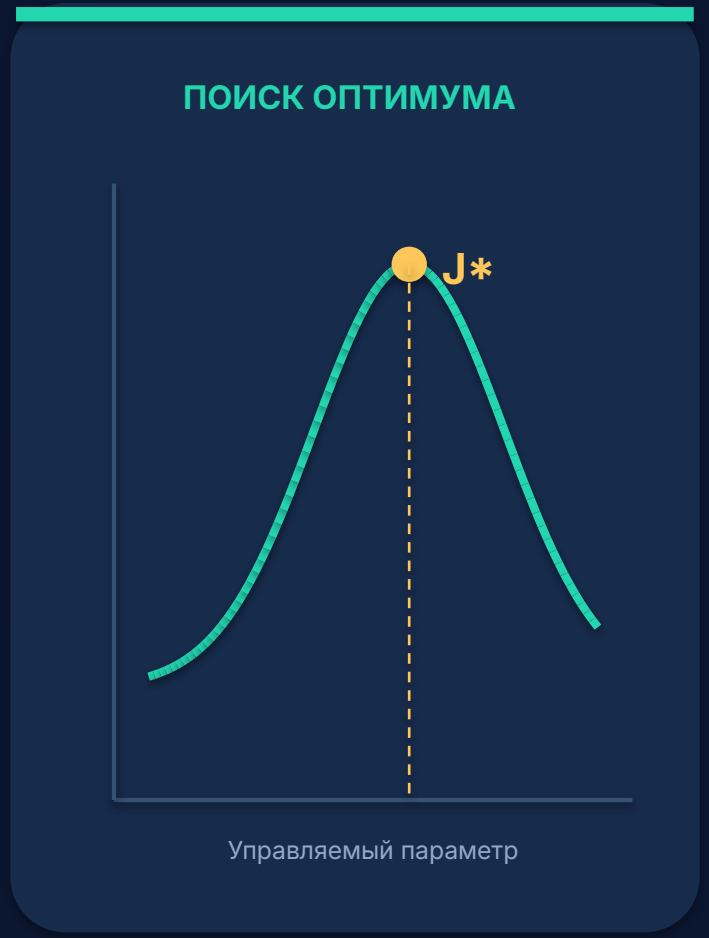
КУРС • 10 ЛЕКЦИЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

ЛЕКЦИЯ 06

Цели, задачи и постановка задач оптимизации



Критерий • целевая функция • ограничения • методы решения

Что означает оптимизация?

Целенаправленный поиск наилучшего результата при заданных условиях и ограничениях.

НЕ ПРОСТО «СДЕЛАТЬ ЛУЧШЕ»

Оптимизация = критерий + управляемые факторы + допустимая область

Математическая модель связывает параметры и позволяет сравнивать варианты без остановки производства.

МОДЕЛЬ → ПОИСК → РЕЖИМ

ПРАКТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

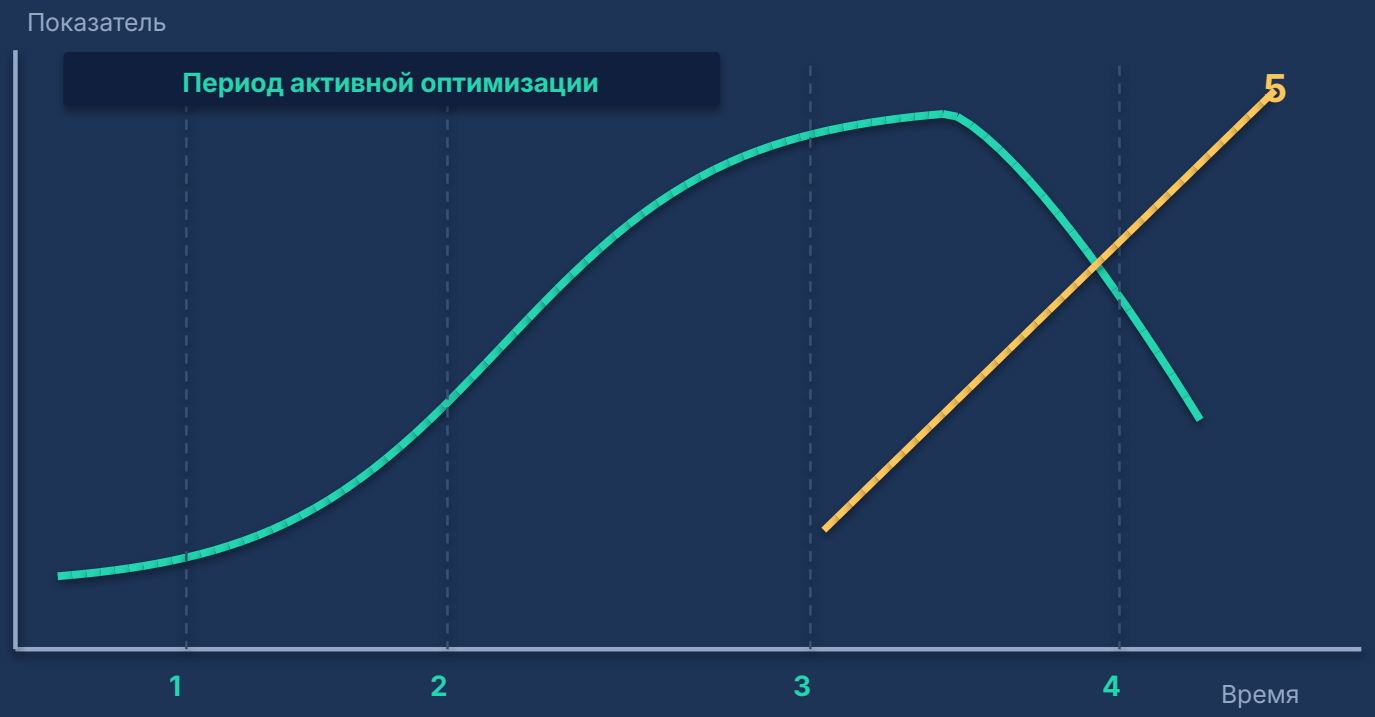
- **Энергия**
  Снижение удельного потребления
- **Продукт**
  Рост качества или выхода
- **Ресурсы**
  Меньше потерь сырья
- **Экономика**
  Повышение эффективности

ЖИЗНЕННЫЙ ЦИКЛ

Когда оптимизация особенно эффективна?

Схема по исходной лекции: развитие системы, насыщение и смена технологического принципа.

ОТ ИДЕИ К НОВОЙ ТЕХНОЛОГИИ



1 ПОЯВЛЕНИЕ

Формируется принцип

2 РАЗВИТИЕ

Быстрое улучшение

3 ЗАМЕДЛЕНИЕ

Отдача от улучшений падает

4 СТАРЕНИЕ

Исчерпание потенциала

5 НОВАЯ СИСТЕМА

Технологический скачок

АЛГОРИТМ

Три этапа решения задачи оптимизации

Правильная формулировка задачи так же важна, как и эффективность вычислительного метода.

1

ФОРМУЛИРОВКА

Что именно оптимизируем?

Критерий • факторы • ограничения

2

ПОИСК ОПТИМУМА

Как найти наилучший режим?

Модель • алгоритм • проверка

3

РЕАЛИЗАЦИЯ

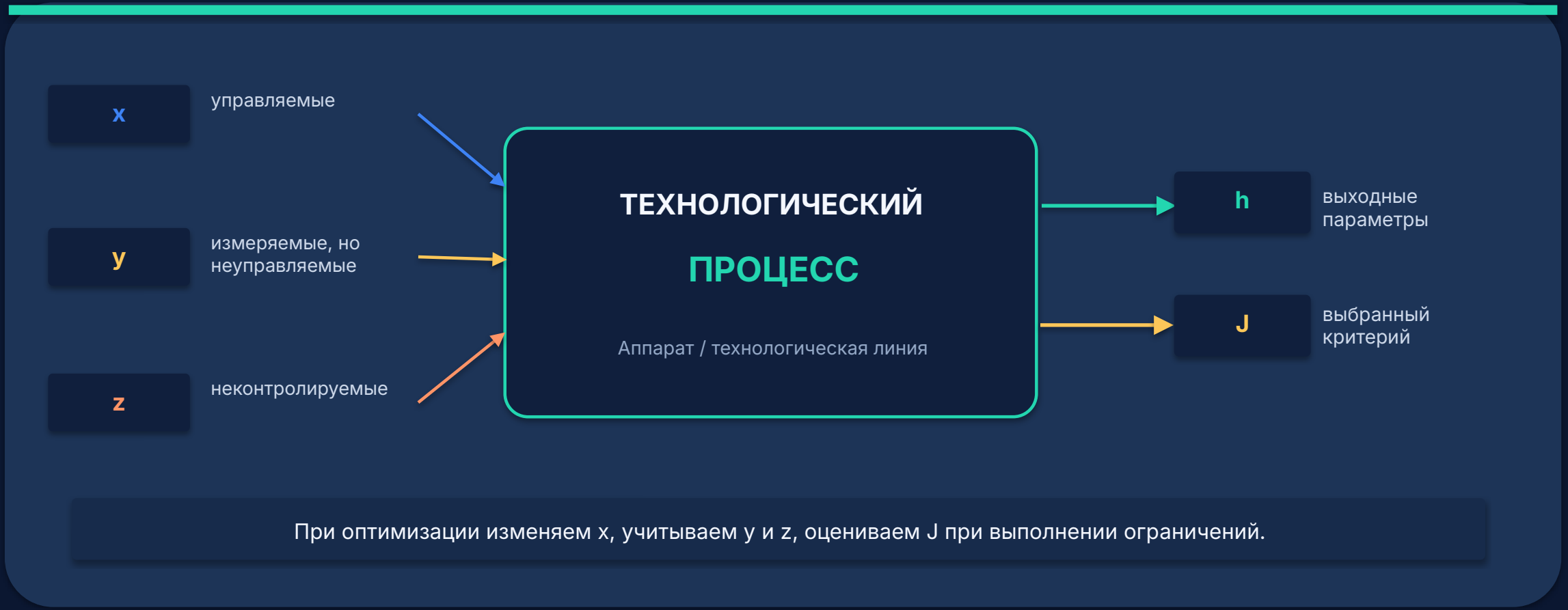
Можно ли внедрить решение?

Управление • контроль • эффект

Ошибка в критерии или ограничениях может дать математически точное, но практически бессмысленное решение.

Технологический процесс как система

По исходному материалу: x регулируем; y измеряем, но не регулируем; z не контролируем.



При оптимизации изменяем x, учитываем y и z, оцениваем J при выполнении ограничений.

Как выбрать критерий оптимальности?

В лекции применяется скалярная постановка: один основной критерий, остальные требования — ограничения.

ТРИ ТРЕБОВАНИЯ

01 Единственный

Один итоговый показатель для сравнения.

02 Количественный

Выражается числом или баллами.

03 Однозначный

Улучшение результата связано с ростом либо снижением J.

ПРИМЕР: РЕКТИФИКАЦИОННАЯ КОЛОННА

Чистота продукта и производительность требуют компромисса.

Чистота ↑ → Расход энергии ↑

Сформулируем задачу:

min затраты при чистоте ≥ заданной

Современные многокритериальные методы существуют; здесь изучается однокритериальная постановка исходной лекции.

Что ограничивает оптимальное решение?

Ограничения формируют допустимую область выбора технологического режима.

СЫРЬЁ И ПРОДУКЦИЯ

Расход, состав, качество, заданный выпуск

ТЕХНОЛОГИЯ

Температура, давление, ресурс оборудования

ЭКОНОМИКА

Бюджет, срок реализации, стоимость

БЕЗОПАСНОСТЬ

Охрана труда и воздействие на среду

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАПИСЬ

$$h(x) = 0$$

Равенство: материальный баланс

$$T \le T_{max} \quad ; \quad P \ge P_{min}$$

Неравенство: допустимые пределы

Оптимум вне допустимой области неприемлем, даже если значение целевой функции лучше.

Какие параметры можно изменять?

При проектировании набор переменных шире; при действующем производстве часть параметров фиксирована.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Можно выбирать геометрию, материалы, схему и режим.

D	H	F
диаметр аппарата	высота	площадь теплообмена

ЭКСПЛУАТАЦИЯ

Геометрия фиксирована; управляют расходом, температурой, давлением.

G	T	p
расход сырья	температура	давление

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА

$$\min / \max J(x) \quad \text{при} \quad g_i(x) \le 0, \quad h_j(x) = 0, \quad x_{min} \le x \le x_{max}$$

Как искать оптимальные условия?

Набор методов в лекции — от исследования функций до оптимального управления сложными системами.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ

Анализ функции, производные, множители Лагранжа

ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Линейное, нелинейное, геометрическое

ДИНАМИЧЕСКИЕ

Динамическое программирование, принцип максимума

ВАРИАЦИОННЫЕ

Вариационное исчисление, оптимальные траектории

При сложной нелинейной постановке могут применяться градиентные, безградиентные и случайные методы поиска.

ИТОГ ЛЕКЦИИ

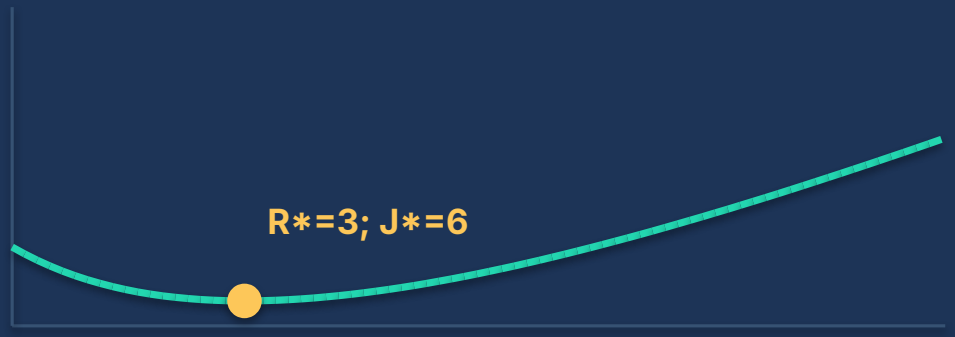
Инженерный пример: от постановки к решению

Условный учебный пример: подбор регулируемого режима при обеспечении требуемого качества.

ПОСТАНОВКА: МИНИМИЗИРОВАТЬ ЗАТРАТЫ

$$J(R) = R + 9/R \rightarrow \min$$

Ограничение качества: $R \geq 2$



R — условный управляемый параметр (без физических единиц)

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

1. Что называют критерием оптимальности?
2. Чем отличаются ограничения от факторов?
3. Какие входные параметры можно изменять?
4. Почему важна практическая реализация оптимума?

ЦЕЛЬ + МОДЕЛЬ + ОГРАНИЧЕНИЯ + ПОИСК