КУРС • 10 ЛЕКЦИЙ

ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ



ЛЕКЦИЯ 03

Составление математического описания объекта

СТРУКТУРА

Из чего состоит математическое описание?

Общие уравнения, локальная физика, эмпирические связи и ограничения действуют совместно.

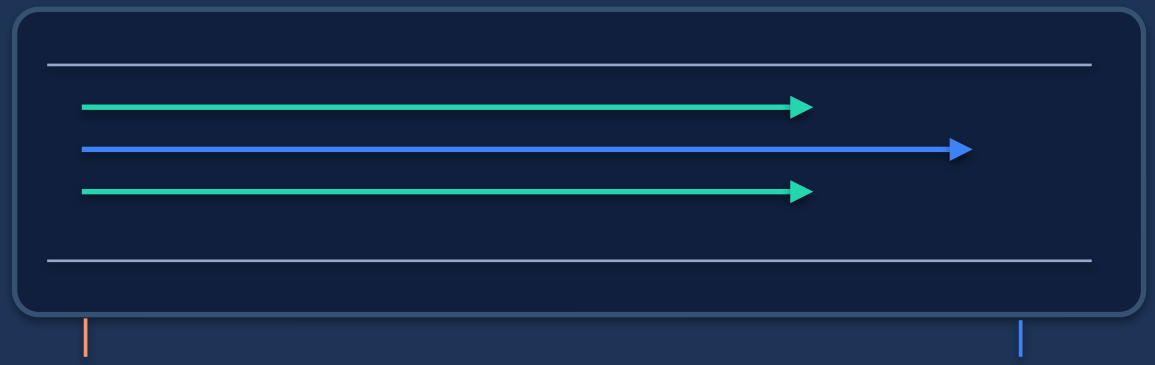


Входные данные: геометрия аппарата, свойства среды, режимы работы, достоверность измерений и требуемая точность.

Почему модель начинают с гидродинамики?

Режим движения потоков определяет условия тепло- и массообмена, сепарации и диспергирования.

ТЕЧЕНИЕ В ПРОТОЧНОМ АППАРАТЕ



Входной поток

Скорость · давление · состав

Упрощённая схема: профиль скорости и неоднородность потоков.

СВЯЗАННЫЕ ПРОЦЕССЫ

СЕПАРАЦИЯ
Разделение фаз и частиц

МАССООБМЕН
Перенос компонентов

ТЕПЛООБМЕН
Передача энергии

ДИСПЕРГИРОВАНИЕ
Изменение структуры фаз

Аналитический метод: от законов к уравнениям

Уравнения выводятся из фундаментальных законов и свойств исследуемой среды.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ

01 **ФИЗИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ**

Сохранение массы, энергии

↓

02 **КИНЕТИКА И ПЕРЕНОС**

Теплота, масса, реакции

↓

03 **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА**

Связанные уравнения + условия

Подходит для новых аппаратов при изученной физике процесса.

ПРЕИМУЩЕСТВА

- Связь коэффициентов с геометрией и свойствами среды
- Прогноз за пределами конкретного опыта — при соблюдении допущений

ОГРАНИЧЕНИЕ

Сложная система уравнений при детальном описании реального объекта.

Экспериментальный и комбинированный методы

Различие — в том, откуда берутся структура уравнений и их численные коэффициенты.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ

Опыты на объекте → подбор эмпирической зависимости.

$$y = a_0 + a_1 \cdot x$$

ПЛЮС Простое описание и высокая точность в узком рабочем диапазоне.

МИНУС Слабая переносимость на другой аппарат или режим.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ

Уравнения — из физических законов

↓

Параметры — по результатам опытов

СОВМЕЩАЕТ физическую обоснованность модели с калибровкой по эксперименту.

Алгебраические уравнения и ОДУ

Класс уравнения определяется характером изменения переменных во времени и пространстве.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ

Стационарные объекты с сосредоточенными параметрами; связи между величинами.

$$Q_{вх} \cdot C_{вх} - Q_{вых} \cdot C_{вых} = 0$$

Пример: материальный баланс без накопления.

Переменная t в уравнение не входит.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ

Динамика сосредоточенного объёма или стационарный профиль по одной координате.

$$V \cdot dC/dt = Q \cdot (C_{вх} - C)$$

Пример: нестационарное смешение.

Требуется начальное условие C(0).

Оба уравнения — иллюстративные примеры баланса вещества, не численные данные исходной лекции.

Уравнения в частных производных и интегралы

Распределённые процессы требуют учёта пространственных профилей и граничных условий.

УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Описывают переменные, зависящие от времени и координат: T(x,t), C(x,y,z,t).

$$\partial T/\partial t = \alpha \cdot \partial^2 T/\partial x^2$$

Пример: одномерная теплопроводность.

Условия: начальные + граничные (динамика).

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СВЯЗИ

Получение интегральных характеристик из локального распределения величин.

$$\bar{v} = (1/A) \cdot \int A\ v\ dA$$

Пример: средняя скорость потока в сечении.

Важны границы интегрирования и профиль v.

Формулы приведены как общефизические иллюстрации типов уравнений, описанных в лекции.

АЛГОРИТМ

От реального объекта к проверенной модели

После решения сравнение с экспериментом формирует обратную связь для уточнения описания.



Логика адаптирована из рисунка 2 исходной лекции; ветвь уточнения замыкает цикл моделирования.

Системы компьютерной математики

Сравнение возможностей по характеристикам, приведённым в исходной лекции.

ПАКЕТ	ПРЕИМУЩЕСТВО	ОГРАНИЧЕНИЕ
Derive	Компактные аналитические вычисления	Ограничены графика и программирование
Mathcad	Наглядная запись формул и инженерных расчётов	Слабее средства программирования
Maple	Развитые символьные вычисления и графика	Требует математической подготовки
Mathematica	Символьная математика и 3D-визуализация	Ориентация на опытных пользователей
MATLAB	Численные методы, матрицы, моделирование	Стоимость лицензий и расширений

Выбор среды зависит от типа задачи, требуемого решателя, программируемости и бюджета.

От описания — к инженерному решению

Модель должна одновременно отражать физику процесса и оставаться практически решаемой.

ЧЕК-ЛИСТ МОДЕЛИРОВАНИЯ

- **ЗАДАЧА**
  Определены цель, точность, ограничения
- **ФИЗИКА**
  Выделены существенные процессы
- **УРАВНЕНИЯ**
  Выбраны балансы, связи, условия
- **ПРОВЕРКА**
  Выполнено сравнение с экспериментом

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какие элементы входят в математическое описание?
2. Почему гидродинамика — основа модели процесса?
3. Чем различаются три метода составления модели?
4. Какие условия нужны для ОДУ и уравнений в частных производных?
5. Как подтвердить адекватность модели реальному объекту?

Главный принцип: включать существенные факторы, исключать второстепенные и проверять точность расчёта.