ДӘРІС 5

Лоренц түрлендірулерінің салдарлары

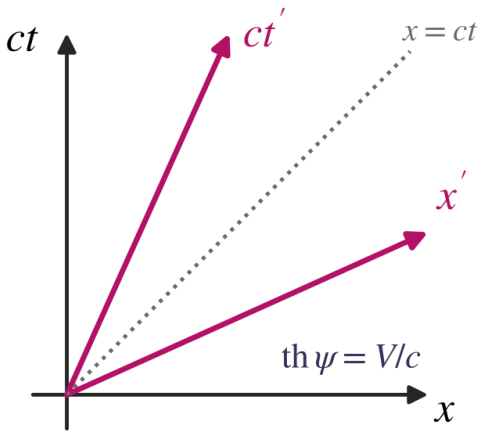
Қауымдастырылған профессор
Уразалина Айнур Адилхановна

Дәріс мақсаты

БІЛІМ АЛУШЫЛАРҒА ЛОРЕНЦ ТҮРЛЕНДІРУЛЕРІНІҢ НЕГІЗГІ САЛДАРЛАРЫН ТҮСІНДІРУ, УАҚЫТТЫҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ БАЯУЛАУЫ, ҰЗЫНДЫҚТЫҢ САЛЫСТЫРМАЛЫ ҚЫСҚАРУЫ ЖӘНЕ БІР МЕЗГІЛДІЛІКТІҢ САЛЫСТЫРМАЛЫЛЫҒЫ ҚҰБЫЛЫСТАРЫНЫҢ ФИЗИКАЛЫҚ МӘНІН АШУ. РЕЛЯТИВИСТІК ӘСЕРЛЕРДІҢ ДЕНЕЛЕРДІҢ ҚОЗҒАЛЫСЫНА БАЙЛАНЫСТЫ ӨЗГЕРІСТЕРІН ТАЛДАУ, ФОРМУЛАЛАРДЫ ЕСЕПТЕР ШЫҒАРУДА ҚОЛДАНУ ДАҒДЫЛАРЫН ҚАЛЫПТАСТЫРУ ЖӘНЕ АРНАЙЫ САЛЫСТЫРМАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫ ТУРАЛЫ БІЛІМДЕРІН ТЕРЕҢДЕТУ.

Бастапқы өрнектер: Лоренц түрлендірулері

- K' жүйесі K-ға қатысты x осі бойымен V жылдамдықпен қозғалады.
- Лоренц түрлендірулері (5.1) — барлық салдарлардың бастапқы нүктесі.
- Барлық салдарлар $V/$ қатынасымен анықталады; $c \to \infty$ шегінде — классикалық механика.



Лоренц түрлендірулері

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, y = y', z = z', t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (5.1)$$

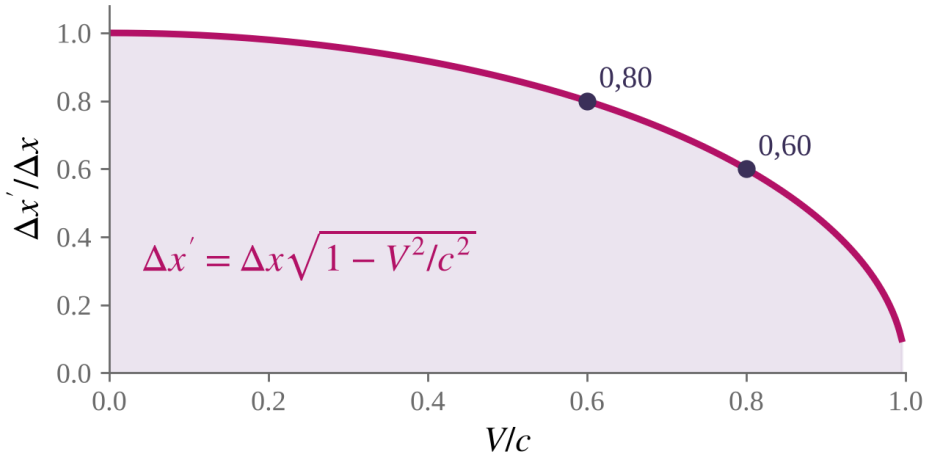
ұзындықтың қысқаруы	уақыттың баяулауы
бірмезгілділіктің салыстырмалылығы	жылдамдықтарды қосу заңы
жарықтың аберрациясы	4-жылдамдық, 4-үдеу

Ұзындықтың лоренцтік қысқаруы

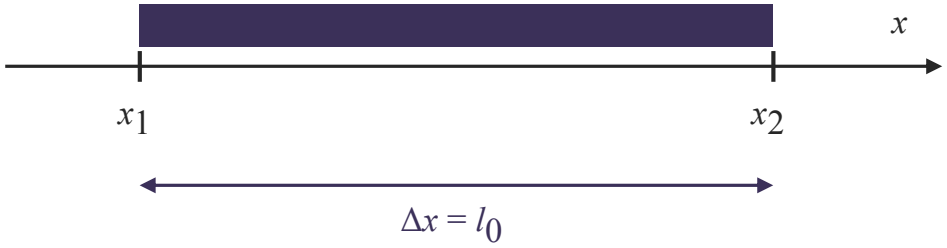
- Ұзындықты өлшеу — сызғыштың екі ұшын бір мезгілде белгілеу.
- K'-та ұштардың координаттары бір t' мезетінде алынады (5.2).
- Нәтиже (5.3): $\Delta' = \Delta\sqrt{1 - V^2/c^2}$ — қозғалыстағы сызғыш қысқа.

$$x_1 = \frac{x'_1 + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, x_2 = \frac{x'_2 + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (5.2)$$

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (5.3)$$



тыныштықтағы сызғыш (K жүйесі)



Меншікті ұзындық және меншікті көлем

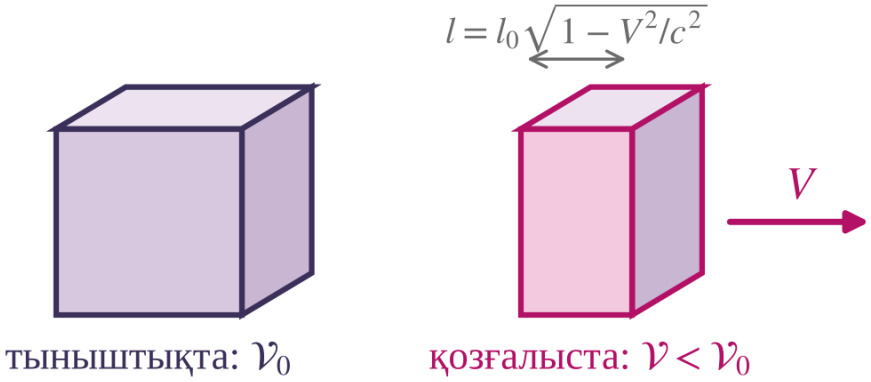
- Меншікті ұзындық l_0 — шыбық тыныштықта тұрған жүйедегі ұзындық; ол ең үлкен.
- Қозғалыстағы шыбық: $l = l_0\sqrt{1 - V^2/c^2}$ (5.4).
- Көлденең өлшемдер өзгермейді, сондықтан көлем де сол көбейткішке кемиді (5.5).

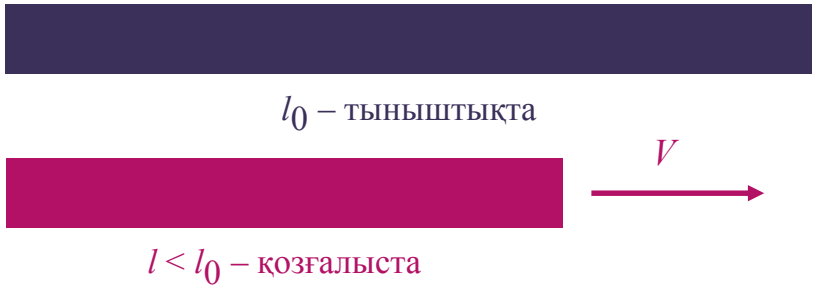
Лоренцтік қысқару

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (5.4)$$

Көлемнің сығылуы

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_0\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \qquad (5.5)$$



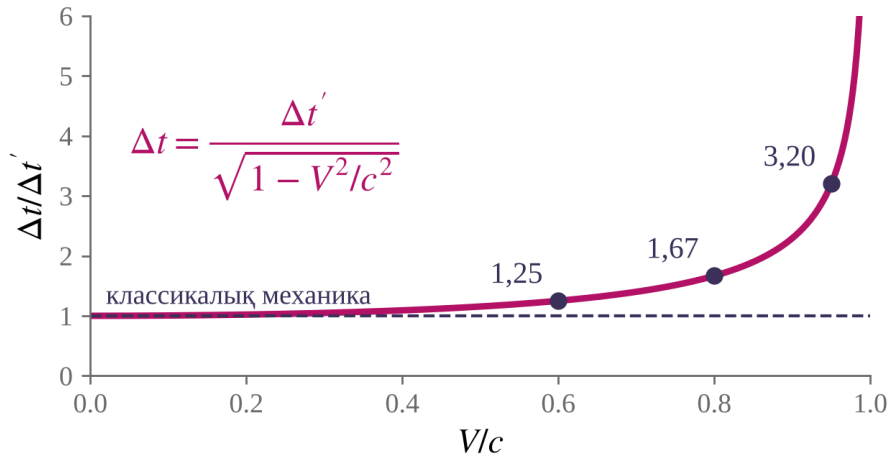


Уақыттың баяулауы

- Сағат K'-та тыныштықта: екі оқиға бір нүктеде, аралығы Δ' — меншікті уақыт.
- K-да сол аралық $\Delta = \Delta' / \sqrt{1 - V^2/c^2}$ (5.7).
- $\Delta > \Delta'$: қозғалыстағы сағат баяу жүреді.

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \; t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (5.6)$$

$$t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (5.7)$$





K' (сағат тыныштықта)

$\Delta t'$

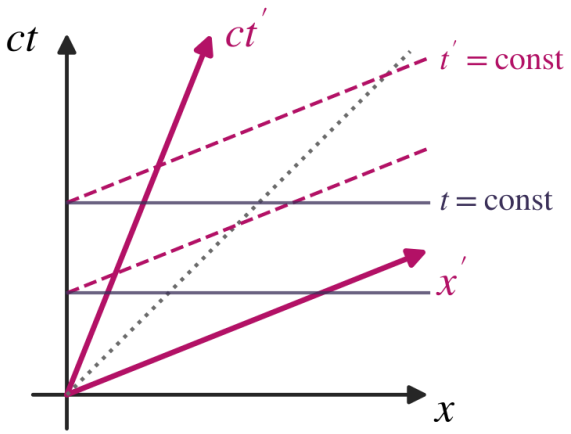


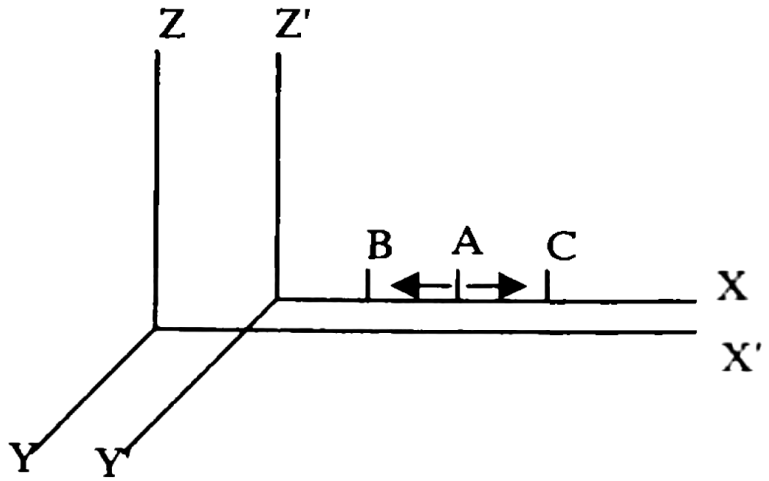
K

$\Delta t > \Delta t'$

Бірмезгілділіктің салыстырмалылығы

- Бір жүйеде бір мезгілде өткен оқиғалар екінші жүйеде бірмезгілді емес.
- Себебі — Лоренц түрлендірулерінде t уақыты x' координатына да тәуелді (5.1).
- K'-та сигнал B мен C-ге бір мезгілде жетеді; K-да B-ге ертерек жетеді.

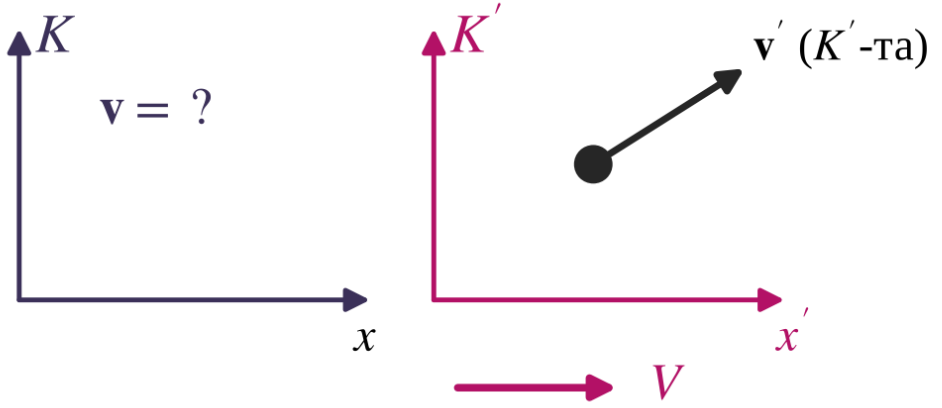




Кеңістік пен уақыт туралы күнделікті көзқарастарымыз тек жуық түрде орындалады, себебі күнделікті өмірде жарық жылдамдығымен салыстырғанда өте аз жылдамдықтар ғана кездеседі.

Жылдамдықтарды түрлендіру

- Мақсат: бөлшектің K'-тағы жылдамдығы v' белгілі — K-дағы жылдамдығын табу.
- (5.1)-ден дифференциалдарды аламыз (5.8) және dx/t қатынасын есептейміз.
- Нәтиже — жылдамдықтарды түрлендіру заңы (5.9); $c \to \infty$ шегінде — классикалық заң.



Дифференциалдар:

$$dx = \frac{dx' + Vdt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}},\ dy = dy',\ dz = dz',\ dt = \frac{dt' + \frac{V}{c^2}dx'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (5.8)$$

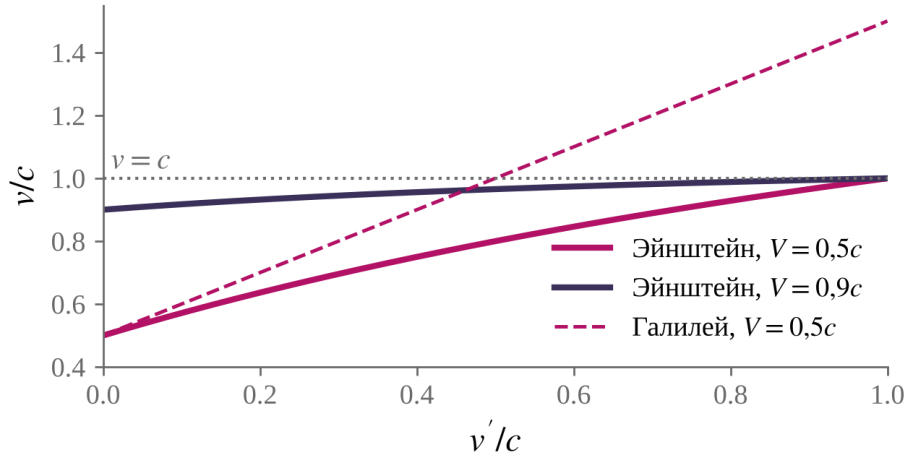
Жылдамдықтарды қосу заңы:

$$v_x = \frac{v'_x + V}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}},\ v_y = \frac{v'_y\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}},\ v_z = \frac{v'_z\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{v'_x V}{c^2}} \qquad (5.9)$$

Қозғалысқа көлденең v_y, v_z компоненттері де өзгереді – классикалық заңнан айырмашылығы.

Жылдамдықтарды қосудың релятивистік заңы

- x осі бойымен қозғалыс: $v = \frac{v\prime+}{1+v\prime/c^2}$ (5.10).
- Жылдамдықтар c-дан кем болса, қосындысы да c-дан аспайды; $v' = c$ болса, $v = c$.
- $V \ll c$ кезінде — Галилей заңы $v = v' + V$.



$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}} \qquad (5.10)$$

$$v_x = v'_x + V\left(1 - \frac{v'^2_x}{c^2}\right),\ v_y = v'_y - v'_x v'_y \frac{V}{c^2},\ v_z = v'_z - v'_x v'_z \frac{V}{c^2} \qquad (5.11)$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{V} - \frac{1}{c^2}(\boldsymbol{V}\boldsymbol{v}')\boldsymbol{v}' \qquad (5.12)$$

$v' \le c,\ V < c$

↓

$v \le c$

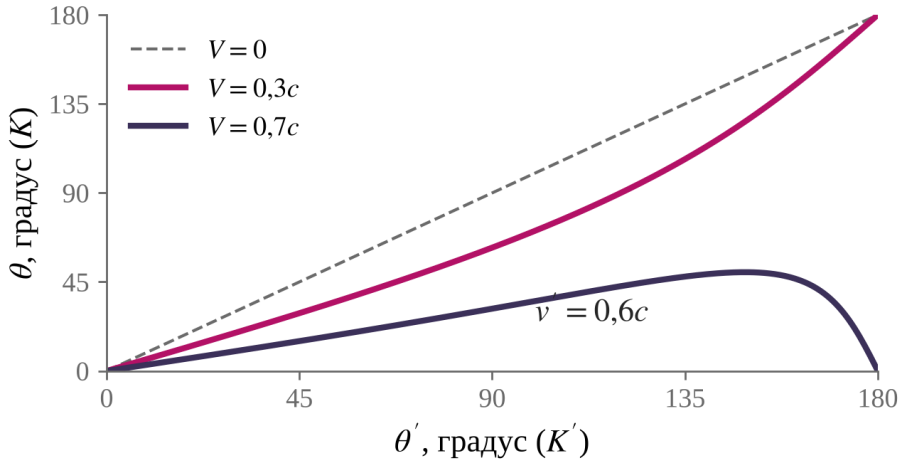
қосынды жарық жылдамдығынан артпайды

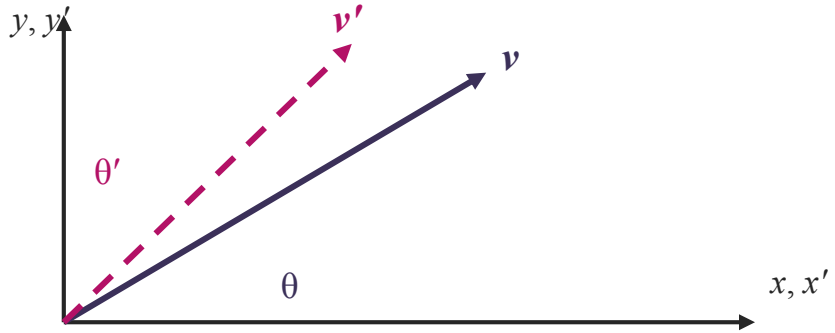
Жылдамдық бағытының түрленуі

- Жылдамдықтар xy жазықтығында: v мен v' x осімен θ және θ' бұрыштарын жасайды (5.13).
- (5.9) түрлендірулерінен бағыттардың байланысы шығады (5.14).
- Классикалық механикадан айырмашылығы — $\sqrt{1-V^2/c^2}$ көбейткіші: бағыт та түрленеді.

$$v_x = v\cos\theta,\ v_y = v\sin\theta,\ v'_x = v'\cos\theta',\ v'_y = v'\sin\theta' \qquad (5.13)$$

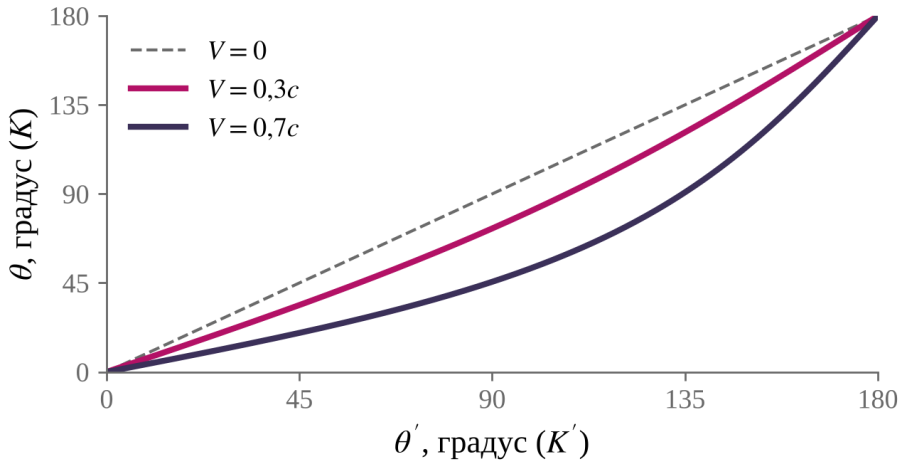
$$\mathrm{tg}\theta = \frac{v'\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}\sin\theta'}{v'\cos\theta' + V} \qquad (5.14)$$





Жарықтың аберрациясы

- $v = v' = c$ болғанда (5.14) жарық үшін (5.15) береді — жарықтың аберрациясы.
- Санақ жүйесін ауыстырғанда жарық сәулесінің тек бағыты өзгереді.
- $V \ll c$: $\Delta\theta = \theta' - \theta \approx V/c \sin\theta'$ (5.18).



$$\mathrm{tg}\theta = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}\sin\theta'}{\frac{V}{c} + \cos\theta'} \qquad (5.15)$$

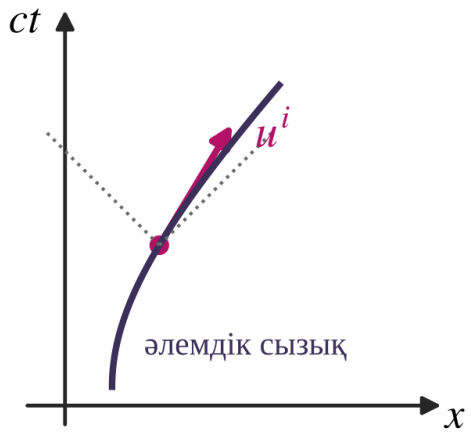
$$\sin\theta = \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{V}{c}\cos\theta'}\sin\theta', \quad \cos\theta = \frac{\cos\theta' + \frac{V}{c}}{1 + \frac{V}{c}\cos\theta'} \qquad (5.16)$$

$$\sin\theta - \sin\theta' = -\frac{V}{c}\sin\theta'\cos\theta' \qquad (5.17)$$

$$\Delta\theta = \frac{V}{c}\sin\theta' \qquad (5.18)$$

Төртөлшемдік жылдамдық және үдеу

- 4-жылдамдық $u^i = dx^{i/s}$ (5.19) — әлемдік сызыққа жанама 4-вектор.
- Ол өлшемсіз: $u^i u_i = 1$ (5.22).
- 4-үдеу $w^i = du^{i/s}$ (5.23) 4-жылдамдыққа ортогонал: $u_i w^i = 0$ (5.24).



$$u^i = \frac{dx^i}{ds} \tag{5.19}$$

$$ds = cdt\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{5.20}$$

$$u^i = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \frac{\boldsymbol{v}}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) \tag{5.21}$$

$$u^i u_i = 1 \tag{5.22}$$

$$w^i = \frac{d^2x^i}{ds^2} = \frac{du^i}{ds} \tag{5.23}$$

$$u_i w^i = 0 \tag{5.24}$$

Қорытынды

- Қозғалыстағы сызғыш қозғалыс бағытында қысқарады (5.4); дене көлемі де сол көбейткішке кемиді (5.5).
- Қозғалыстағы сағат баяу жүреді: уақыттың баяулауы (5.7).
- Бірмезгілділік салыстырмалы: бір жүйеде бір мезгілде өткен оқиғалар екіншісінде бірмезгілді емес.
- Жылдамдықтарды қосудың релятивистік заңы (5.10): қорытқы жылдамдық c-дан аспайды.
- Жылдамдық бағыты да түрленеді — жарықтың аберрациясы (5.18).
- 4-жылдамдық $u^i = dx^{i/s}$: $u_i u^i = 1$; 4-үдеу 4-жылдамдыққа ортогонал.

Негізгі формулалар

$$l = l_0 \sqrt{1 - V^2/c^2}$$

$$\Delta = \Delta' / \sqrt{1 - V^2/c^2}$$

$$v = \frac{v' +}{1 + v'/c^2}$$

$$u_i u^i = 1$$

Лоренц түрлендірулері

↓

Ұзындықтың қысқаруы, уақыттың баяулауы

↓

Жылдамдықтарды қосу, аберрация

↓

4-жылдамдық u^i

Пайдаланылған әдебиеттер

1. Шмутцер Э. Теория относительности. Современное представление. М., 2001 г.
2. Эйнштейн А. Теория относительности. Избранные работы. Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2000 г.
3. Бейзер А. Основные представления современной физики. М.: Атомиздат, 2003 г.
4. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М., 2001 г.
5. Фридман А.А. Мир как пространство и время (2-е изд.). М.: Наука, 1995 г.
6. Шарипов Р.А. Классическая электродинамика и теория относительности. Уфа: БашГУ, 1997 г.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том 2. Теория поля. Физматлит, 536 с., 2003 г.
8. Мармо С.И., Фролов М.В. Лекции по электродинамике, Часть 1, 2. ВГУ, 2009 г.
9. Faraoni V. Special Relativity. Springer, 2013 y.
10. Матвеев А.Н. Электродинамика и теория относительности. Высшая школа, 2010 г.
11. Гречко Л.Г., Сугаков В.И., Томасевич О.Ф., Федорченко А.М. Задачи по теоретической физике. Издательство Мир, 1997 г.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теориялық физика. II том: Өріс теориясы: оқулық / ауд. Т.Ә. Қожамқұлов, Н. Қойшыбаев. – Алматы: Қазақ университеті, 2009. – 563 б. – ISBN 9965-30-772-5.