ЖАЛПЫ САЛЫСТЫРМАЛЫҚ ТЕОРИЯСЫНЫҢ ТАҢДАУЛЫ ТАРАУЛАРЫ

Дәріс 1

Кіріспе. Гравитация теориясы

Қауымдастырылған профессор
Уразалина Айнур Адилхановна

Дәріс мақсаты

Дәрістің мақсаты: гравитацияның классикалық (ньютондық) сипаттамасынан Эйнштейннің геометриялық теориясына өту логикасын түсіну және жалпы салыстырмалық теориясының (ЖСТ) негізгі ұғымдарымен танысу.

Салыстырмалық теориясы — физикалық процестердің кеңістік-уақыттық қасиеттерін зерттейтін теория. ЖСТ гравитацияны масса мен энергия тудыратын кеңістік-уақыт қисықтығы ретінде сипаттайды.

Дәрісте метрика $g_{\mu\nu}$, Эйнштейн теңдеулері, әлсіз өрістегі метрика және гравитациялық қызыл ығысу қарастырылады.

Дәріс жоспары

- Ньютоннан Эйнштейнге
- Классикалық теорияның мәселелері
- ЖСТ негізгі принциптері
- Кеңістік-уақыт метрикасы
- Эйнштейн теңдеулері
- Бірінші жуықтаудағы метрика
- Эйнштейн және энергия-импульс тензорлары
- Гравитациялық қызыл ығысу
- Теорияны бекіту және қолданулар

Ньютоннан Эйнштейнге

Ньютон (XVII ғ.) бүкіләлемдік тартылыс заңын тұжырымдады: әрбір дене басқа денелерге массаларына пропорционал, ара қашықтықтың квадратына кері пропорционал күшпен тартылады:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

- Салыстырмалық принципі: оқшауланған жүйеде кез келген процесс бірдей жүреді — физика заңдары барлық инерциялық жүйелерде бірдей түрге ие.
- Бір инерциялық жүйеден екіншісіне өту — Лоренц түрлендірулері; Эйнштейн (1905) олардағы уақытты нақты физикалық уақыт ретінде қарастырды.

Ньютон теориясының шегі

Қалыпты жағдайда Ньютон теориясы жақсы жұмыс істейді.

Бірақ ол гравитациялық өрістегі жарықтың ауытқуы сияқты құбылыстарды түсіндіре алмады.

Жарық жылдамдығының тұрақтылығы кеңістік пен уақыт туралы жаңа түсінікті талап етті.

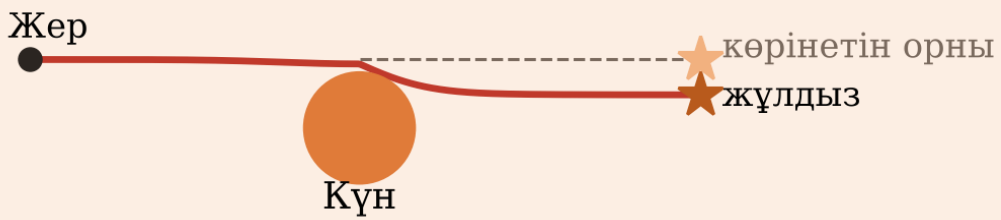
1687 Ньютон → 1904 Лоренц → 1905 АСТ → 1915 ЖСТ → 1919 Эддингтон

Классикалық гравитация теориясының мәселелері

Жарықтың ауытқуы

Гравитациялық өрістен өткенде жұлдыз жарығы ауытқиды.

Құбылыс алғаш рет 1919 жылғы Күн тұтылуы кезінде зерттеліп, тәжірибе жүзінде расталды.



Күн маңында жарық сәулесі иіледі: жұлдыз ығысқан орында көрінеді

Меркурий перигелийі

Меркурий орбитасының перигелийі баяу айналады. Классикалық теория бұл ығысуды толық түсіндіре алмады.



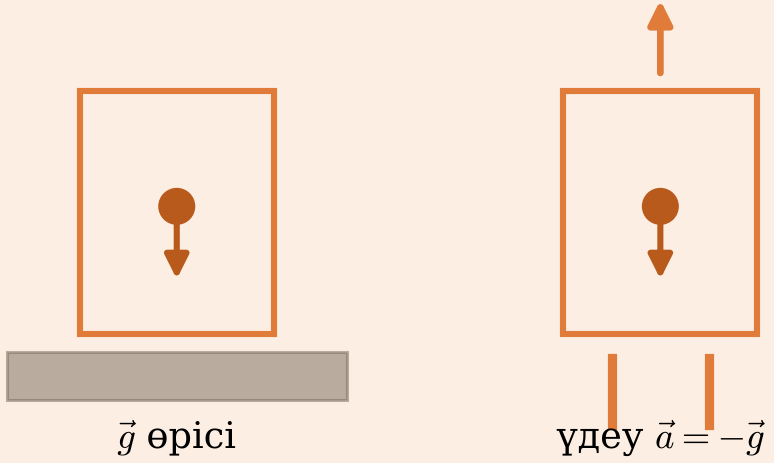
43″/ғасыр айырманы тек ЖСТ түсіндіреді

Жалпы салыстырмалық теориясының негізгі принциптері

Эквиваленттік принцип

Үдеу мен гравитацияны ажырату мүмкін емес: терезесіз жабық кабинадағы бақылаушы өзін төмен тартқан күштің гравитациядан ба, әлде үдеуден бе екенін анықтай алмайды.

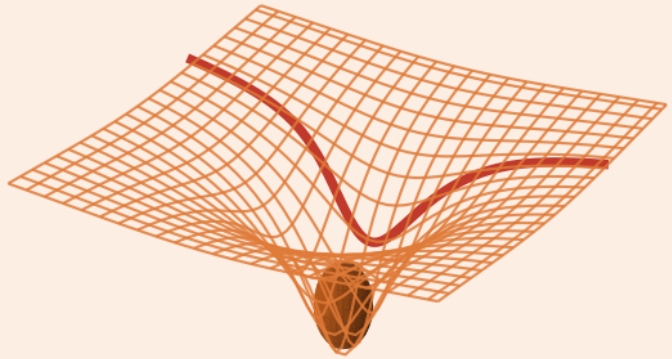
Бұл принцип Эйнштейн теориясының дамуының кілті болды.



Жалпылық принципі

Кеңістік пен уақыт біртұтас кеңістік-уақытты құрайды.

Масса мен энергия кеңістік-уақытты қисайтады, ал денелер геодезиялық деп аталатын «ең түзу» сызықтармен қозғалады.



Кеңістік-уақыт метрикасы

ЖСТ-да кеңістік-уақыттың масса мен энергия әсерінен қалай қисаятынын $g_{\mu\nu}$ метрикасы анықтайды; $\mu, \nu = 0,1,2,3$ (бір уақыттық және үш кеңістіктік өлшем). Метрика әр нүктедегі қисықтық туралы ақпаратты қамтиды.

Жазық кеңістік-уақытта (гравитациялық өріс жоқ) метрика диагональды:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

- -1 — уақыт өлшеміне, $+1$ — кеңістік өлшемдеріне сәйкес келеді.
- Гравитация бар кезде $g_{\mu\nu}$ координаталардың функциясы болады.

Интервал

Метрика екі шексіз жақын оқиға арасындағы интервалды анықтайды:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu dx^\nu$$

Қайталанатын индекстер бойынша қосынды алынады (Эйнштейн ережесі).

Жазық жағдайда:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

Метриканың туындылары гравитациялық өрістің кернеулігінің рөлін атқарады.

Эйнштейн теңдеулері

ЖСТ $g_{\mu\nu}$ метрикасын масса мен энергияның кеңістік-уақытта таралуымен байланыстыратын Эйнштейн теңдеулеріне негізделген:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \qquad (2)$$

- $G_{\mu\nu}$ — метрикаға және оның туындыларына тәуелді Эйнштейн тензоры (геометрия);
- $T_{\mu\nu}$ — масса мен энергияның таралуын сипаттайтын энергия-импульс тензоры (материя).

Бос кеңістікте ($T_{\mu\nu} = 0$):

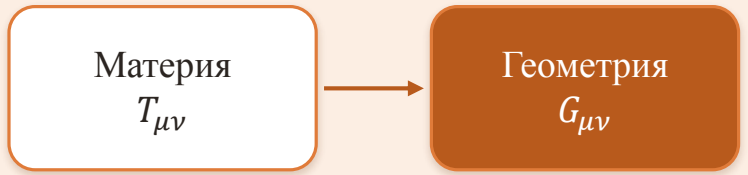
$$G_{\mu\nu} = 0 \qquad (6)$$

Физикалық мағынасы

Теңдеулер екі жаққа әсер етеді:

- материя кеңістік-уақытты қалай қисайтатынын;
- қисайған кеңістік-уақыт материяның қозғалысын қалай басқаратынын сипаттайды.

(2)-де бірліктер $G = c = 1$ етіп таңдалған; жалпы түрде оң жағы $8\pi G T_{\mu\nu}/c^4$.



Бірінші жуықтаудағы кеңейтілген метрика

Гравитациялық өріс әлсіз болғанда метриканы жазық «фондық» метрика мен шағын түзетудің қосындысы ретінде жазуға болады:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \qquad |h_{\mu\nu}| \ll 1 \tag{3}$$

- $\eta_{\mu\nu}$ — жазық кеңістік-уақытты сипаттайтын фондық метрика;
- $h_{\mu\nu}$ — гравитациялық қисықтықты сипаттайтын түзету (метрикалық ұйытқу тензоры).
- (2)-ден $G_{\mu\nu}$-ді $h_{\mu\nu}$ бойынша сызықтық жуықтауда тауып, бірінші жуықтау теңдеулерін аламыз.

Сызықтық әдістер әлсіз өрістерді талдаудың қуатты құралы болып табылады.

Гравитациялық толқындар

Сызықталған Эйнштейн теңдеулері толқындық теңдеулерге келеді: $h_{\mu\nu}$ ұйытқулары жарық жылдамдығымен таралады.

Олар метрикадағы кішкентай ауытқулар — заттардың қозғалысына әсер етеді.

Эйнштейн болжаған толқындар 2015 жылы LIGO детекторларында тіркелді.

Эйнштейн тензоры және энергия-импульс тензоры

Эйнштейн тензоры — кеңістік-уақыт қисаюы:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} \qquad (4)$$

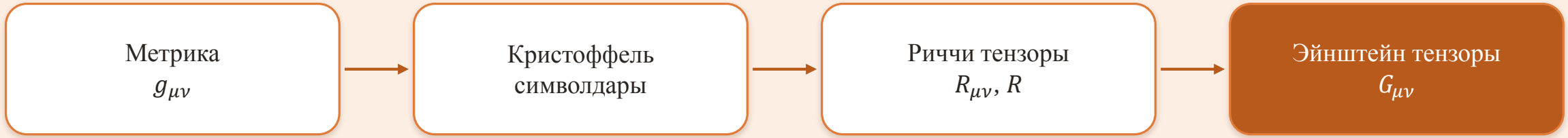
- $R_{\mu\nu}$ — метриканың екінші туындыларына тәуелді Риччи тензоры;
- R — метрикадан есептелетін скаляр қисықтық.

Энергия-импульс тензоры (мінсіз сұйық):

$$T_{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) u_\mu u_\nu + P\, g_{\mu\nu} \qquad (5)$$

- ρ — энергия тығыздығы, P — қысым;
- u_μ — бөлшектердің төртөлшемді жылдамдығы.

Құрылым тізбегі



Гравитациялық қызыл ығысу

Жарық гравитациялық өрістен шыққанда жиілігі мен толқын ұзындығы өзгереді. Өрістегі бөлшек үшін энергия мен импульс:

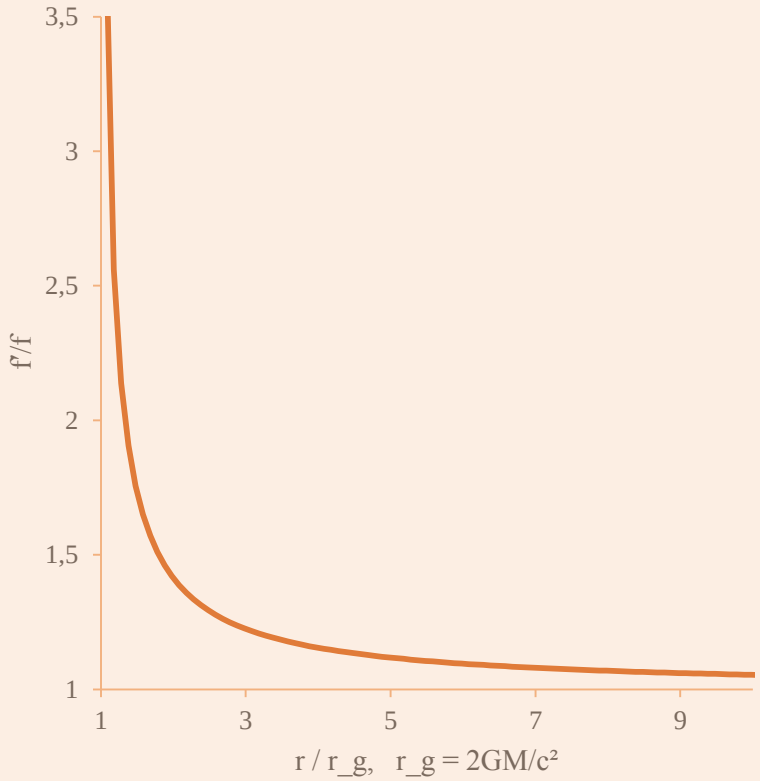
$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}} \quad (7)$$

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}} \quad (8)$$

Бұдан жарық жиілігінің өзгерісі шығады:

$$f' = \frac{f}{\sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}}} \quad (9)$$

G — гравитациялық тұрақты, M — объект массасы, r — центрден қашықтық. Эффект тәжірибеде сәтті тексерілген.



Шварцшильд радиусына жақындаған сайын эффект күрт өседі

Теорияны бекіту және практикалық қолданулар

1919

Эддингтон: Күн тұтылуы кезінде жұлдыз жарығының ауытқуы өлшенді — теория ғылыми қауымдастықта мойындалды

43″

Меркурий перигелийінің ғасырлық қосымша ығысуы — ЖСТ болжамымен сәйкес

≈ 38 мкс

GPS спутниктеріндегі сағаттардың тәуліктік релятивистік ауытқуы — сигналдар түзетіледі

2015

Гравитациялық толқындар тіркелді — Эйнштейн болжамы расталды

Қорытынды

- ЖСТ гравитацияны күш ретінде емес, масса мен энергия тудыратын кеңістік-уақыт қисықтығы ретінде сипаттайды.
- Кеңістік-уақыт геометриясы $g_{\mu\nu}$ метрикасымен беріледі; жазық жағдайда $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$.
- Эйнштейн теңдеулері геометрияны ($G_{\mu\nu}$) материямен ($T_{\mu\nu}$) байланыстырады.
- Әлсіз өрісте $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$; осы жуықтау гравитациялық толқындарды сипаттайды.
- Жарықтың ауытқуы, Меркурий перигелийі, қызыл ығысу, GPS және гравитациялық толқындар теорияны растайды.

Негізгі формулалар

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}$$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

$$f' = \frac{f}{\sqrt{1 - 2GM/rc^2}}$$

Келесі дәріс: денелер механикасының бірінші жуықтауының метрикасы.

Пайдаланылған әдебиеттер

1. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – М.: Физматгиз, 1961. – 564 с.

2. Фок В.А. Квантовая физика и философские проблемы // Физическая наука и философия. – М.: Наука, 1973. – С. 55–77.

3. Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Ч. 1. Теория систем отношений. – М.: Изд-во МГУ, 1996. – 264 с.

4. Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Ч. 2. Теория физических взаимодействий. – М.: Изд-во МГУ, 1998. – 448 с.