Техника исследования гравитационных волн

Лекция 6

Источники шума в гравитационно-волновых детекторах

Усіпов Н.М., PhD · КазНУ имени аль-Фараби

Цель и план лекции

Цель

Изучение физических причин и классификации шумов лазерных интерферометров, особенностей их спектра и временной структуры, а также методов количественной оценки шума в данных детекторов.

1. Введение
2. Фундаментальные и технические шумы
3. Спектральные линии и нестационарные помехи
4. Контроль качества данных
5. Статистические свойства шума
6. Подробнее о квантовом и тепловом шуме
7. Отбеливание и статистический анализ шума
8. Взаимосвязь шумовых каналов

1 Введение

- Выход детектора содержит сумму сигнала и шума: $s(t) = h(t) + n(t)$. Амплитуда шума в обычных условиях существенно превосходит амплитуду сигнала, и никакая обработка не может быть успешной без точного понимания свойств шума.
- Шум детектора принято описывать спектральной плотностью мощности $S_n(f)$ или её квадратным корнем – амплитудной спектральной плотностью (ASD).

2 Фундаментальные и технические шумы

Сейсмический шум

Колебания грунта, вызванные геологическими процессами, деятельностью человека и волнением океанов.

Гравитационно-градиентный (ньютоновский) шум

Флуктуации плотности грунта и атмосферы создают прямое воздействие на зеркала через переменное гравитационное поле, которое невозможно экранировать механически.

Тепловой шум

Броуновское движение атомов зеркал, покрытий и элементов подвеса. На средних частотах значимым ограничением является тепловой шум покрытий.

Значения кривых в нём иллюстративные: они не являются точным бюджетом шумов конкретного детектора.

2 Фундаментальные и технические шумы (продолжение)

Дробовой шум

Случайный характер прибытия фотонов. Спектральная плотность уменьшается при увеличении мощности лазера (ASD $\propto 1/\sqrt{P}$) и доминирует на высоких частотах.

Шум радиационного давления

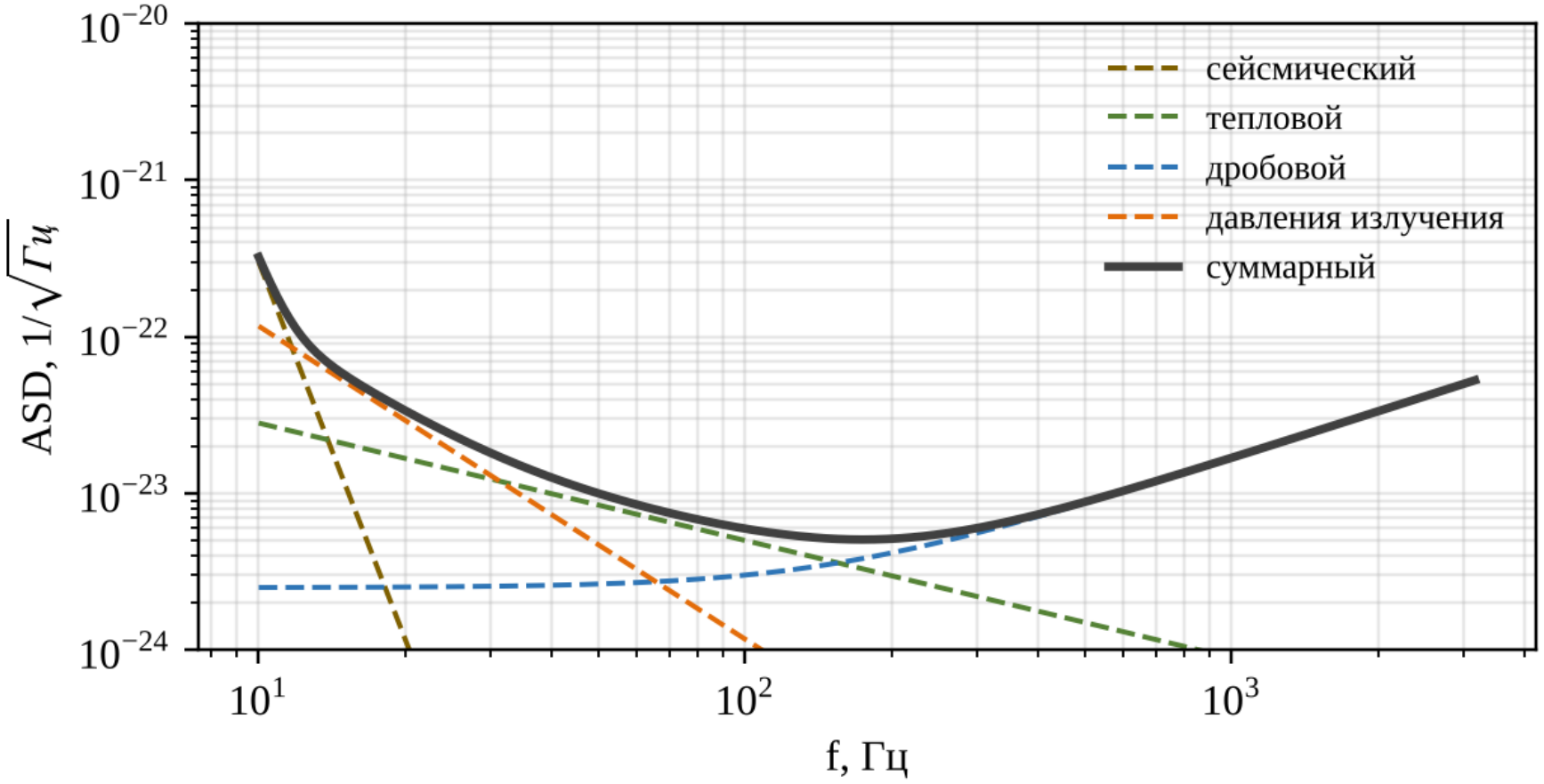
Флуктуации импульса фотонов, раскачивающие зеркала. Для зеркал массой m ASD $\propto \sqrt{P} / (m f^2)$, поэтому он проявляется на низких частотах.

Технические шумы

Шумы системы управления, лазерные флуктуации частоты и интенсивности, рассеянный свет, а также электрические наводки.

Значения кривых в нём иллюстративные: они не являются точным бюджетом шумов конкретного детектора.

2 Фундаментальные и технические шумы (продолжение)



Качественный вид основных составляющих шума детектора

3 Спектральные линии и нестационарные помехи

- Помимо широкополосного фона в данных содержатся узкие спектральные линии: частоты сетевого питания (60 Гц в США и 50 Гц в Европе) и их гармоники, скрипичные моды нитей подвеса (вблизи 500 Гц), а также калибровочные линии, намеренно вводимые для контроля отклика.
- Особую сложность представляют глитчи (glitches) – кратковременные всплески негауссова шума.

4 Контроль качества данных

- Детекторы содержат большое число вспомогательных каналов, которые контролируют окружающую среду и работу подсистем.

5 Статистические свойства шума

- Базовым приближением считается то, что шум является стационарным и гауссовым.
- Спектральную плотность оценивают методом Уэлча, усредняя периодограммы перекрывающихся оконных сегментов.

5 Моделирование окрашенного шума и оценка PSD

Листинг 6.1.

```
import numpy as np
from scipy import signal

fs, T = 4096, 32
N = fs * T
f = np.fft.rfftfreq(N, 1 / fs)

def Sn(f):
    x = np.maximum(f, 10.0) / 215.0
    return 1e-49 * (x**-4.14 - 5 * x**-2
                    + 111 * (1 - x**2 + x**4 / 2) / (1 + x**2 / 2))

rng = np.random.default_rng(1)
amp = np.sqrt(Sn(f) * fs * N / 4)
X = amp * (rng.normal(size=f.size) + 1j * rng.normal(size=f.size))
n = np.fft.irfft(X, N)

fw, Pxx = signal.welch(n, fs, nperseg=4 * fs)
for ft in (30, 100, 300, 1000):
    i = np.argmin(abs(fw - ft))
    print(f"{ft:5} Гц: ASD оценка {np.sqrt(Pxx[i]):.2e},"
          f" модель {np.sqrt(Sn(fw[i])):.2e}")
```

5 Результат: Моделирование окрашенного шума и оценка PSD

```
  30 Гц: ASD оценка 1.86e-23, модель 1.82e-23
 100 Гц: ASD оценка 2.87e-24, модель 2.86e-24
 300 Гц: ASD оценка 2.35e-24, модель 2.26e-24
1000 Гц: ASD оценка 1.48e-23, модель 1.42e-23
```

Оценка PSD используется при отбеливании – преобразовании данных делением спектра на $\sqrt{S_n(f)}$, в результате которого шум приобретает равномерный спектр.

5 Обнаружение глитча по эксцессу

Листинг 6.2.

```
from scipy.stats import kurtosis

w = np.fft.irfft(np.fft.rfft(n) / (amp + 1e-40), N)
w = (w - w.mean()) / w.std()

t = np.arange(N) / fs
t0 = 15.3
glitch = 12 * np.exp(-((t - t0) / 0.004)**2) * np.sin(2 * np.pi * 300 * t)
y = w + glitch

L = fs // 4
K = np.array([kurtosis(y[i:i + L]) for i in range(0, N - L, L)])
k = K.argmax()
print(f"Эксцесс всего ряда без глитча: {kurtosis(w):.3f}")
print(f"Медиана по окнам: {np.median(K):.3f}")
print(f"Максимум по окнам: {K.max():.2f}, начало окна {k * L / fs:.2f} с")
```

5 Результат: Обнаружение глитча по эксцессу

```
Эксцесс всего ряда без глитча: -0.004
Медиана по окнам: -0.011
Максимум по окнам: 17.51, начало окна 15.25 с
```

Метод обнаруживает момент, в который произошла помеха. На практике существуют более сложные подходы, в том числе поиск избытка энергии на вейвлет-плоскости, например алгоритм Omicron, а также анализ связи с вспомогательными каналами.

6 Подробнее о квантовом и тепловом шуме

- Тепловой шум определяется флуктуационно-диссипационной теоремой (Каллен, Уэлтон): спектр флуктуаций связан с механическими потерями системы.
- Мощность дробового шума зависит от мощности лазера и длины волны. ASD дробового шума в плече приблизительно пропорциональна $\sqrt{(\hbar c \lambda / P)}$.
- Рассеянный свет – это фотоны, вышедшие из основного луча и отражённые от движущихся поверхностей.

7 Отбеливание и статистический анализ шума

- После отбеливания величины в частотной области имеют приблизительно нормальное распределение.
- Проверить гауссовость можно с помощью критериев Колмогорова–Смирнова, Андерсона–Дарлинга или показателя асимметрии и эксцесса, а также рассчитывая p-значения для каждой частотной составляющей.
- Глитчи могут быть вычтены из данных. Для события GW170817 применялось моделирование формы глитча в данных детектора Ливингстона и его последующее вычитание.

8 Взаимосвязь шумовых каналов

- Выявление причин помех выполняется с помощью вспомогательных каналов, число которых может достигать сотен тысяч.
- Измерение влияния среды включает установку сейсмометров, магнитометров, микрофонов и акселерометров.

9 Разбор примера

1. Пусть мощность лазера увеличена в 4 раза.
2. ASD дробового шума уменьшится вдвое, а ASD шума радиационного давления вдвое увеличится.
3. На высоких частотах чувствительность улучшится, но на низких ухудшится.
4. Сегмент 4 с обеспечивает разрешение $\Delta f = 0{,}25$ Гц.
5. Если доступно 256 с без перекрытия, можно использовать $K = 64$ сегмента, и относительная погрешность PSD составит примерно $1/\sqrt{64} = 12{,}5\ \%$.
6. Сегмент 16 с даёт разрешение 0,0625 Гц, но только $K = 16$ и погрешность 25 %.
7. Этот расчёт объясняет компромисс между разрешением и точностью.

10 Вопросы для обсуждения на занятии

Диагностика

Какими признаками глитч отличается от настоящего сигнала?

Выбор данных

Каковы риски исключения слишком большой доли данных при контроле качества?

Оптимизация

Как научные цели определяют рабочую конфигурацию детектора?

Контрольные вопросы

1. Какие физические механизмы определяют шум детектора на разных частотах?
2. Как дробовой шум и шум радиационного давления зависят от мощности лазера?
3. Что такое стандартный квантовый предел?
4. Что представляют собой глитчи и почему они затрудняют анализ данных?
5. Какова роль вспомогательных каналов при контроле качества данных?
6. Что такое ASD и как она оценивается методом Уэлча?
7. В чём заключается процедура отбеливания данных?
8. Какие проявления нестационарности и негауссовости имеются в данных детекторов?

Список литературы

1. Buikema A., Cahillane C., Mansell G.L., et al. Sensitivity and performance of the Advanced LIGO detectors in the third observing run // Physical Review D. – 2020. – Vol. 102. – Art. 062003. – DOI: 10.1103/PhysRevD.102.062003.
2. Abbott B.P., et al. A guide to LIGO–Virgo detector noise and extraction of transient gravitational-wave signals // Classical and Quantum Gravity. – 2020. – Vol. 37, No. 5. – Art. 055002. – DOI: 10.1088/1361-6382/ab685e.
3. Acernese F., Agathos M., Ain A., et al. Virgo detector characterization and data quality: Tools // Classical and Quantum Gravity. – 2023. – Vol. 40, No. 18. – Art. 185005. – DOI: 10.1088/1361-6382/acdf36.
4. Caves C.M. Quantum-mechanical noise in an interferometer // Physical Review D. – 1981. – Vol. 23. – P. 1693–1708.
5. Tse M., et al. Quantum-enhanced Advanced LIGO detectors in the era of gravitational-wave astronomy // Physical Review Letters. – 2019. – Vol. 123. – Art. 231107.
6. Zevin M., et al. Gravity Spy: integrating advanced LIGO detector characterization, machine learning, and citizen science // Classical and Quantum Gravity. – 2017. – Vol. 34. – Art. 064003.
7. Davis D., et al. LIGO detector characterization in the second and third observing runs // Classical and Quantum Gravity. – 2021. – Vol. 38. – Art. 135014.
8. Robinet F., et al. Omicron: A tool to characterize transient noise in gravitational-wave detectors // SoftwareX. – 2020. – Vol. 12. – Art. 100620.
9. Welch P.D. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra // IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics. – 1967. – Vol. 15, No. 2. – P. 70–73.

Список литературы (продолжение)

10. Gravitational Wave Open Science Center [Электронный ресурс]. – URL: https://gwosc.org