Техника исследования гравитационных волн

Лекция 1

Введение в гравитационные волны: физическая природа и основные понятия

Усіпов Н.М., PhD · КазНУ имени аль-Фараби

Цель и план лекции

Цель

Формирование представления о физической природе гравитационных волн в рамках общей теории относительности, их основных свойствах и порядке величин эффектов, которые необходимо измерять в эксперименте.

1. Введение
2. Краткая история
3. Гравитационные волны в линейном приближении
4. Основные свойства
5. Значение гравитационно-волновых наблюдений
6. Энергия и поток гравитационных волн
7. Система единиц и основные масштабы

1 Введение

- Гравитационные волны – это распространяющиеся со скоростью света возмущения геометрии пространства-времени.
- Прямая регистрация гравитационных волн открыла новый канал наблюдения Вселенной.

2 Краткая история

- В 1916 году Альберт Эйнштейн, линеаризовав уравнения общей теории относительности, получил волновые решения, а в 1918 году вывел квадрупольную формулу излучения.
- В 1960-х годах Джозеф Вебер построил резонансные детекторы-болванки, однако сообщения об обнаружении сигналов подтверждения не получили.
- Идея лазерного интерферометра была развита в работах Герценштейна и Пустовойта (1962), Райнера Вайсса и других исследователей.

3 Гравитационные волны в линейном приближении

- Вдали от источников метрику можно представить как малое возмущение плоского пространства-времени:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1.$$

- В лоренцевой калибровке для следа-обращённого возмущения уравнения Эйнштейна приобретают вид волнового уравнения:

$$\Box\, \bar{h}_{\mu\nu} = -(16\pi G / c^4)\, T_{\mu\nu}.$$

- Вне источников ($T_{\mu\nu} = 0$) его решениями являются плоские волны, распространяющиеся со скоростью c.

3 Гравитационные волны в линейном приближении (продолжение)

$$h_{xx} = -h_{yy} = h_{+}, \quad h_{xy} = h_{yx} = h_{\times}.$$

- Излучение описывается квадрупольной формулой: на больших расстояниях r от источника

$$h_{ij}^{TT}(t) = (2G / c^4 r)\, \ddot{Q}_{ij}^{TT}(t - r/c),$$

- где Q_{ij} – квадрупольный момент распределения масс. Малый множитель G/c^4 объясняет, почему заметное излучение создают только компактные объекты с массой порядка звёздной, движущиеся со скоростями, близкими к скорости света.

4 Основные свойства

Скорость распространения

В общей теории относительности гравитационные волны распространяются со скоростью света.

Поперечность

Деформация происходит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны.

Две поляризации

Состояния h_+ и $h_\times$ повёрнуты друг относительно друга на 45°. Такое отличие от электромагнитной волны (поворот на 90°) связано со спином 2 гравитона.

Квадрупольный характер

Дипольное гравитационное излучение отсутствует вследствие сохранения импульса, и нижним порядком излучения является квадрупольный.

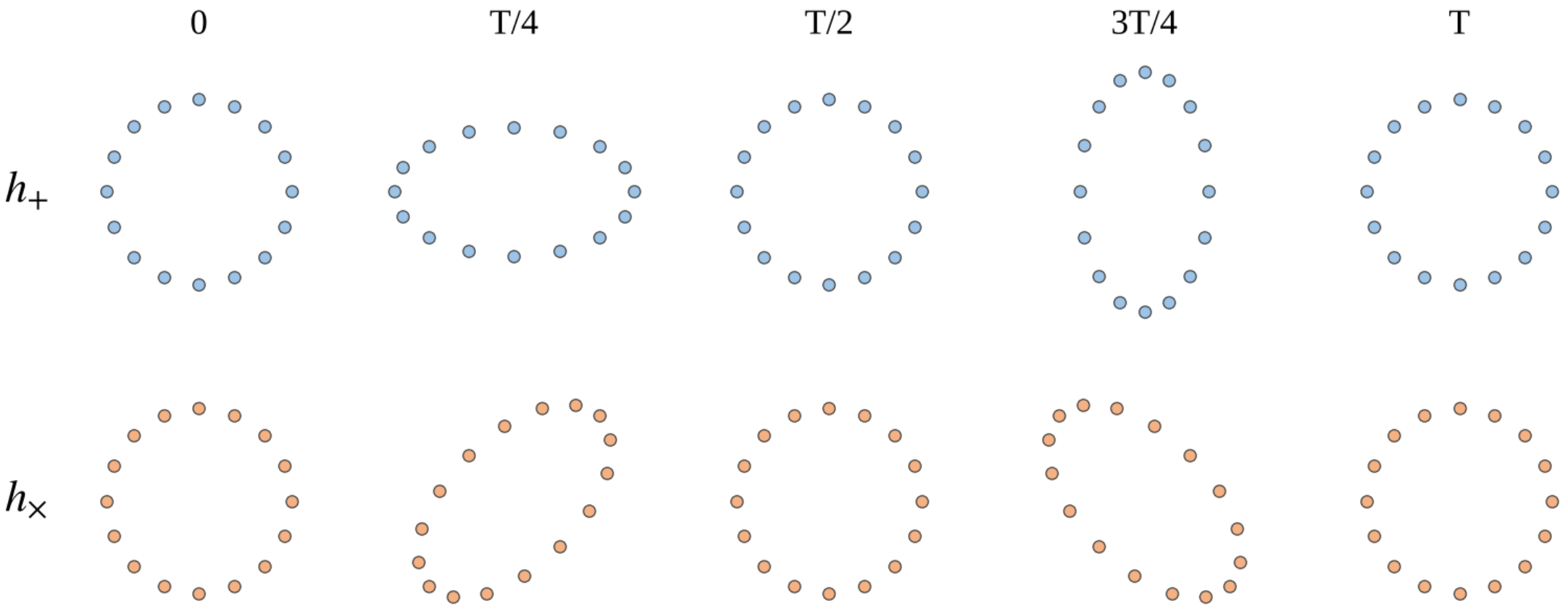
Убывание амплитуды

Амплитуда пропорциональна 1/r, а не $1/r^2$, как интенсивность. Поэтому увеличение чувствительности вдвое увеличивает доступный объём пространства в восемь раз.

Слабое поглощение

Вещество на пути волны практически не влияет на неё, поэтому источники наблюдаются без экранировки.

4 Основные свойства (продолжение)



Деформация кольца пробных масс волной поляризаций h_+ и $h_\times$ за один период T

4 Основные свойства (продолжение)

- Относительное изменение расстояния между двумя свободными телами связано с амплитудой волны:

$$\Delta L / L = h / 2.$$

4 Порядок величин для регистрации гравитационной волны

Листинг 1.1.

```
import numpy as np

G, c = 6.674e-11, 2.998e8
M_sun = 1.989e30
h, L = 1e-21, 4000.0            # амплитуда и длина плеча LIGO, м

dL = h * L / 2
r_p = 8.4e-16                   # зарядовый радиус протона, м
E = 3 * M_sun * c**2            # излучённая энергия, Дж
d = 3.0e6                       # база Хэнфорд-Ливингстон, м

print(f"Изменение длины плеча: {dL:.1e} м")
print(f"Отношение к радиусу протона: 1/{r_p / dL:.0f}")
print(f"Излучённая энергия: {E:.1e} Дж")
print(f"Время пролёта между детекторами: {d / c * 1e3:.0f} мс")
```

4

Результат: Порядок величин для регистрации гравитационной волны

```
Изменение длины плеча: 2.0e-18 м
Отношение к радиусу протона: 1/420
Излучённая энергия: 5.4e+47 Дж
Время пролёта между детекторами: 10 мс
```

Полученные результаты показывают, что детектор должен измерять изменение длины плеча, которое на несколько порядков меньше размера протона.

5 Значение гравитационно-волновых наблюдений

Новый канал наблюдений позволил решить целый ряд задач, недоступных электромагнитной астрономии.

Проверка общей теории относительности

Сигналы от слияний чёрных дыр позволяют проверить теорию в режиме сильного поля.

Астрофизика компактных объектов

Измерение масс и спинов выявляет популяции чёрных дыр и механизмы образования двойных систем.

Физика плотного вещества

Приливные деформации нейтронных звёзд в системах BNS дают информацию об уравнении состояния.

Космология

Слияния выступают в роли «стандартных сирен»: амплитуда даёт расстояние без лестницы космических расстояний.

5 Значение гравитационно-волновых наблюдений (продолжение)

Происхождение элементов

Наблюдение килоновой после GW170817 подтвердило, что слияния нейтронных звёзд служат местом образования тяжёлых элементов в r-процессе.

5 Значение гравитационно-волновых наблюдений (продолжение)

- Необходимо также понимать, что измеряемый детектором эффект не является изменением длины в обыденном смысле.
- Подобные сведения важны при постановке задач обработки данных. Точность оценки параметров напрямую определяется качеством выделения сигнала из шума, поэтому информационно-энтропийным и другим методам анализа в данном курсе посвящена значительная часть лекций.

6 Энергия и поток гравитационных волн

- Гравитационная волна переносит энергию. В линейной теории невозможно локализовать её в точке, поэтому энергетические характеристики определяются усреднением по нескольким длинам волн.

$$F = (c^3 / 16\pi G)\,\langle\, \dot{h}_{+}^{\,2} + \dot{h}_{\times}^{\,2} \,\rangle.$$

- Коэффициент $c^3/(16\pi G) \approx 8\cdot 10^{33}$ Вт·с^2/м^2 очень велик. Поэтому даже чрезвычайно малой амплитуде соответствует заметный поток энергии.

- Для понимания природы волн полезно рассмотреть эффект приливных сил. В локальной инерциальной системе свободные частицы испытывают приливное относительное ускорение, описываемое уравнением отклонения геодезических:

6 Энергия и поток гравитационных волн (продолжение)

$$d^2\xi^i/dt^2 = \tfrac{1}{2}\,\ddot{h}^{TT}_{ij}\,\xi^j.$$

- Эта формула показывает, что волна действует как поле приливных сил, а расстояние определяет величину эффекта.

7 Система единиц и основные масштабы

- В анализе гравитационных волн часто применяются геометрические единицы, в которых $G = c = 1$.
- Наблюдаемая частота зависит от красного смещения: на расстоянии, соответствующем z, она уменьшается в $(1 + z)$ раз.
- Важно различать координатное и физическое описание эффекта. В TT-калибровке частицы остаются на постоянных координатах, а изменяется метрика.
- Также следует различать амплитуду волны h и напряжение плеча $\Delta L/L$. В детекторе разность длин двух плеч определяет разность фаз: для волны оптимальной ориентации дифференциальное изменение равно $\Delta L_x - \Delta L_y = hL$. Иногда в литературе приводится соотношение $\Delta L/L = h$, относящееся именно к этой разности длин, поэтому необходимо внимательно следить за определениями.

7 Система единиц и основные масштабы (продолжение)

- Современная наука о гравитационных волнах объединяет три составляющие: точную теоретическую модель источников, экспериментальную технику высокой точности и алгоритмы обработки данных.

8 Разбор примера

1. Найдём длину волны и поток энергии для волны с $f = 100$ Гц и $h = 10^{-21}$.

2. Длина волны $\lambda = c/f = 3000$ км.

3. Для волны одной поляризации $h_+ = h\cos(2\pi f t)$ имеем $\langle \dot{h}^2 \rangle = (2\pi f h)^2/2 = (6{,}28\cdot 10^{-19})^2/2 \approx 1{,}97\cdot 10^{-37}$ $с^{-2}$.

4. Поток равен $F \approx 8\cdot 10^{33} \cdot 1{,}97\cdot 10^{-37} \approx 1{,}6\cdot 10^{-3}$ Вт/м^2.

5. Этот поток сравнительно велик, хотя изменение длины 4-километрового плеча составляет только $2\cdot 10^{-18}$ м.

9 Вопросы для обсуждения на занятии

Взаимодействие

Почему слабое взаимодействие гравитационных волн с веществом является и преимуществом, и трудностью?

Измерение

Как свет может измерить изменение пространства, если волна влияет и на сам свет?

Астрономия

Какие задачи нельзя решить только электромагнитными наблюдениями?

Контрольные вопросы

1. Что представляют собой гравитационные волны и чем они отличаются от электромагнитных?
2. Какие этапы привели к обнаружению гравитационных волн?
3. Какое значение имело открытие двойного пульсара PSR B1913+16?
4. Запишите уравнение для возмущения метрики в линейном приближении.
5. Что такое TT-калибровка? Какие независимые компоненты в ней остаются?
6. Почему в гравитационном излучении отсутствует дипольная составляющая?
7. Как зависит доступный объём пространства от чувствительности детектора?
8. Как связаны амплитуда волны h и изменение длины плеча детектора?

Список литературы

1. Maggiore M. Gravitational Waves. Volume 1: Theory and Experiments. – Oxford: Oxford University Press, 2008.
2. Maggiore M. Gravitational Waves. Volume 2: Astrophysics and Cosmology. – Oxford: Oxford University Press, 2018.
3. Einstein A. Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation // Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. – 1916. – S. 688–696.
4. Einstein A. Über Gravitationswellen // Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften. – 1918. – S. 154–167.
5. Hulse R.A., Taylor J.H. Discovery of a pulsar in a binary system // The Astrophysical Journal. – 1975. – Vol. 195. – P. L51–L53.
6. Weisberg J.M., Nice D.J., Taylor J.H. Timing measurements of the relativistic binary pulsar PSR B1913+16 // The Astrophysical Journal. – 2010. – Vol. 722. – P. 1030–1034.
7. Герценштейн М.Е., Пустовойт В.И. К вопросу об обнаружении гравитационных волн малых частот // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1962. – Т. 43. – С. 605–607.
8. Abbott B.P., et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger // Physical Review Letters. – 2016. – Vol. 116. – Art. 061102.
9. Abbott B.P., et al. GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral // Physical Review Letters. – 2017. – Vol. 119. – Art. 161101.