Техника исследования гравитационных волн

Лекция 15

Современные методы анализа гравитационных волн: информационная теория, машинное обучение и нелинейная динамика

Усіпов Н.М., PhD · КазНУ имени аль-Фараби

Цель и план лекции

Цель

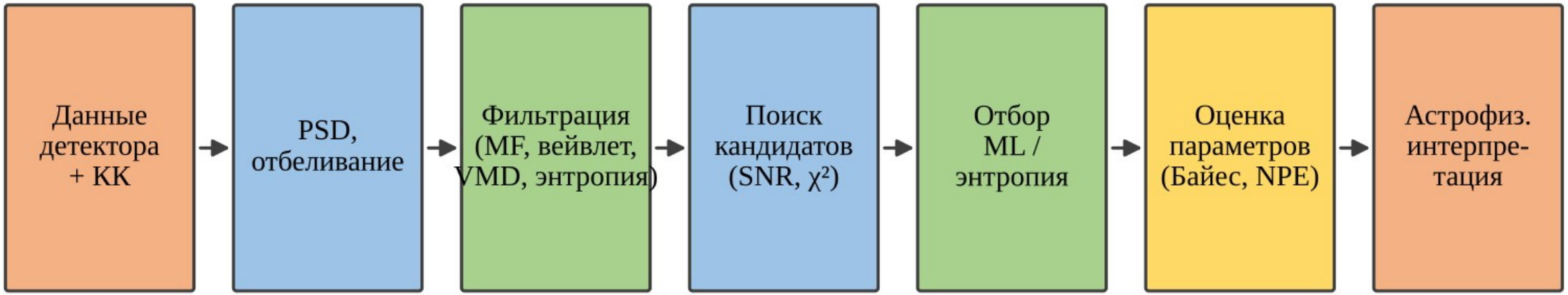
Обобщение изученных методов, рассмотрение современных направлений анализа гравитационных волн – машинного обучения, нелинейной динамики и теоретико-информационных подходов – и построение целостной последовательности обработки сигнала.

1. Введение
2. Машинное обучение
3. Теоретико-информационные подходы
4. Методы нелинейной динамики
5. Перспективы
6. Комплексный анализ сигнала
7. Заключение курса
8. Архитектуры и подходы к обучению

1 Введение

- Увеличение чувствительности детекторов приводит к быстрому росту числа зарегистрированных событий.

1 Введение (продолжение)



Обобщённая последовательность анализа гравитационно-волнового сигнала

2 Машинное обучение

Обнаружение сигналов

Работы Джорджа и Уэрты, а также Габбарда и соавторов (2018) показали, что свёрточные нейронные сети способны обнаруживать двойные системы в зашумлённых данных, достигая на модельных данных качества, сравнимого с согласованной фильтрацией при низких значениях ложных срабатываний тестовой выборки.

Классификация глитчей

Проект Gravity Spy обучает свёрточные сети на спектрограммах, подготовленных участниками проекта, для идентификации типов глитчей.

Оценка параметров

Методы нейросетевого апостериорного вывода (DINGO, Dax и др., 2021) после обучения позволяют получать апостериорные распределения за секунды вместо часов и дней стандартной стохастической выборки.

Ограничения машинного обучения также необходимо учитывать: сложность интерпретации результатов, чувствительность к изменениям свойств шума и трудность оценки значимости на масштабах длительных наблюдений.

2 Машинное обучение (продолжение)

Подавление шума

Автокодировщики и трансформеры применяются для очистки сигнала, а иногда – для восстановления формы волны.

Обнаружение аномалий

Модели обучаются только на шуме и указывают на необычные события, что перспективно для обнаружения сигналов неизвестной природы.

Ограничения машинного обучения также необходимо учитывать: сложность интерпретации результатов, чувствительность к изменениям свойств шума и трудность оценки значимости на масштабах длительных наблюдений.

3 Теоретико-информационные подходы

- Информационная теория используется как в поиске, так и для оценки экспериментов.

4 Методы нелинейной динамики

Сигнал можно рассматривать как проекцию траектории некоторой динамической системы.

Реконструкция фазового пространства

По теореме Такенса (1981) векторы задержек $x(t), x(t+\tau), ..., x(t+(m-1)\tau)$ восстанавливают свойства исходного аттрактора при подходящих значениях параметров m и τ.

Рекуррентный анализ

Рекуррентная матрица показывает моменты возвращения траектории в окрестность уже посещённого состояния.

Показатели Ляпунова и фрактальная размерность

Характеризуют чувствительность к начальным условиям и геометрию аттрактора.

В применении к реальным данным следует проявлять осторожность: оценки нелинейных показателей чувствительны к шуму, длине ряда и нестационарности.

4 Методы нелинейной динамики (продолжение)

Анализ Херста и DFA

Позволяют определить наличие долговременных корреляций в шуме.

В применении к реальным данным следует проявлять осторожность: оценки нелинейных показателей чувствительны к шуму, длине ряда и нестационарности.

5 Перспективы

- Развитие детекторов третьего поколения и космических проектов приведёт к ситуации, когда в данных будет одновременно присутствовать множество перекрывающихся сигналов.

6 Комплексный анализ сигнала

- Рассчитываются энтропия, порог на спектрограмме и оценка согласованного фильтра.

6 Комплексный анализ модельного сигнала

Листинг 15.1.

```
import numpy as np
from scipy import signal

fs, T, Mc0, snr = 4096, 2.0, 28.0, 25

def chirp(Mc):
    m = Mc * 4.925e-6
    t = np.arange(-T, 0, 1 / fs)
    tau = 1 / fs - t
    f = (5 / (256 * tau))**0.375 / (np.pi * m**0.625)
    h = (np.pi * m * f)**(2 / 3) * np.cos(-2 * (5 * m)**-0.625 * tau**0.625)
    h[(f < 20) | (f > 3830 / Mc)] = 0
    return h / np.sqrt((h**2).sum())

rng = np.random.default_rng(11)
x = rng.normal(size=int(fs * T)) + snr * chirp(Mc0)
```

6 Комплексный анализ модельного сигнала (продолжение)

Листинг 15.1.

```
# 1. Полосовая фильтрация и спектральная энтропия
sos = signal.butter(4, [20, 500], "band", fs=fs, output="sos")
y = signal.sosfiltfilt(sos, x)
_, P = signal.periodogram(x)
P = P[1:] / P[1:].sum()
H = -(P * np.log(P)).sum() / np.log(P.size)
print(f"1. Спектральная энтропия: {H:.4f}")

# 2. Поиск по банку шаблонов согласованного фильтра
bank = np.arange(15, 45.1, 0.25)
X = np.fft.rfft(x)
rho = np.array([np.fft.irfft(X * np.conj(np.fft.rfft(chirp(m))), x.size).max()
                for m in bank])
print(f"2. Лучший шаблон Mc = {bank[rho.argmax()]:.2f} M_sun,"
      f" rho = {rho.max():.1f}")
```

6 Комплексный анализ модельного сигнала (продолжение)

Листинг 15.1.

```
# 3. Рекуррентность сегмента с сигналом и шумового сегмента
def recurrence(z, m=3, tau=4, eps=0.2):
    z = (z - z.mean()) / z.std()
    k = (m - 1) * tau + 1
    v = np.lib.stride_tricks.sliding_window_view(z, k)[:, ::tau]
    d = np.max(np.abs(v[:, None] - v[None, :]), axis=2)
    return (d < eps * 3).mean()

b = int(0.25 * fs)
print(f"3. Рекуррентность: шум {recurrence(y[:b]):.3f},"
      f" сигнал {recurrence(y[-b:]):.3f}")
```

6 Результат: Комплексный анализ модельного сигнала

```
1. Спектральная энтропия: 0.9454
2. Лучший шаблон Mc = 28.00 M_sun, rho = 23.8
3. Рекуррентность: шум 0.039, сигнал 0.046
```

Банк шаблонов верно определил заданную чирп-массу 28 $M_\odot$. Показатель рекуррентности при этом изменился незначительно: при таком значении ρ сегмент почти не отличается от шума, что иллюстрирует упомянутую чувствительность нелинейных показателей.

7 Заключение курса

- В курсе рассмотрен полный путь исследования гравитационных волн: от физической природы и работы детекторов до методов фильтрации и энтропийного анализа.

8 Архитектуры и подходы к обучению

- В анализе сигналов используются различные архитектуры нейронных сетей. Свёрточные сети применяются к временным рядам и спектрограммам.
- Особенно важно обучение с учётом физических законов. Сети PINN включают в функцию потерь уравнения, а в задачах анализа сигналов физические ограничения можно задавать самой структурой данных, например моделью формы сигнала.
- Важно знать о типичных ошибках. Утечка данных возникает, когда похожие сегменты попадают как в обучающую, так и в тестовую выборку.

9 Теоретико-информационные принципы обучения

- Многие функции потерь имеют информационную интерпретацию. Кросс-энтропия для классификации эквивалентна минимизации дивергенции Кульбака–Лейблера между распределением данных и моделью.
- Информативность эксперимента определяется приростом информации по отношению к априорному распределению, что позволяет количественно сравнивать значимость различных событий и способов наблюдений.

10 Рекуррентный анализ и сети видимости

- Рекуррентная матрица определяется как $R_{ij} = \Theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|)$. Её количественные показатели включают плотность рекуррентных точек RR, детерминизм DET (доля точек в диагональных линиях), ламинарность и энтропию длин диагональных линий.
- Графы видимости (Лакаса и др., 2008) преобразуют временной ряд в сеть: два значения соединяются, если между ними можно провести прямую, не пересекающую промежуточные значения.

11 Развитие гравитационно-волновой астрономии

- Дальнейшее увеличение чувствительности приведёт к значительному росту количества событий и потребует автоматизации анализа.
- Магистрантам рекомендуется подходить к новым методам критически: сравнивать их с согласованной фильтрацией и другими устоявшимися эталонами, использовать реальный шум и публиковать код для воспроизведения результатов.

12 Разбор примера

1. Найдём информационный прирост при измерении параметра.

2. Пусть априорное распределение и апостериорное нормальны и имеют одинаковое среднее значение при $\sigma_0 = 1$ и $\sigma = 0{,}1$.

3. Дивергенция Кульбака–Лейблера равна $\ln(\sigma_0/\sigma) + \sigma^2/(2\sigma_0^2) - \tfrac{1}{2} = 2{,}303 + 0{,}005 - 0{,}5 \approx 1{,}81$ нат.

4. Для реконструкции по Такенсу аттрактора размерности $d = 2$ достаточно $m \geq 2d + 1 = 5$.

13 Вопросы для обсуждения на занятии

Доверие

Какие проверки необходимы, чтобы принять обнаружение, сделанное нейросетью?

Сравнение

Что должно входить в корректное сравнение нового метода с согласованным фильтром?

Проект

Какую комбинацию методов вы предложили бы для собственной магистерской работы?

Контрольные вопросы

1. Какие этапы включает анализ гравитационно-волнового сигнала?
2. Для каких задач применяется машинное обучение в анализе гравитационных волн?
3. В чём заключается преимущество нейросетевого апостериорного вывода?
4. Каковы ограничения методов машинного обучения?
5. Как можно применять взаимную информацию при анализе детекторов?
6. Что утверждает теорема Такенса?
7. Что характеризует рекуррентный анализ?
8. В каких случаях целесообразно применять энтропийные методы, а в каких согласованный фильтр?

Список литературы

1. Abbott R., et al. GWTC-3: Compact binary coalescences observed by LIGO and Virgo during the second part of the third observing run // Physical Review X. – 2023. – Vol. 13. – Art. 041039.
2. George D., Huerta E.A. Deep learning for real-time gravitational wave detection and parameter estimation: Results with Advanced LIGO data // Physics Letters B. – 2018. – Vol. 778. – P. 64–70.
3. Gabbard H., Williams M., Hayes F., Messenger C. Matching matched filtering with deep networks for gravitational-wave astronomy // Physical Review Letters. – 2018. – Vol. 120. – Art. 141103.
4. Dax M., et al. Real-time gravitational wave science with neural posterior estimation // Physical Review Letters. – 2021. – Vol. 127. – Art. 241103.
5. Zevin M., et al. Gravity Spy: integrating advanced LIGO detector characterization, machine learning, and citizen science // Classical and Quantum Gravity. – 2017. – Vol. 34. – Art. 064003.
6. Cuoco E., et al. Enhancing gravitational-wave science with machine learning // Machine Learning: Science and Technology. – 2021. – Vol. 2. – Art. 011002.
7. Shannon C.E. A mathematical theory of communication // Bell System Technical Journal. – 1948. – Vol. 27. – P. 379–423, 623–656.
8. Kullback S., Leibler R.A. On information and sufficiency // The Annals of Mathematical Statistics. – 1951. – Vol. 22, No. 1. – P. 79–86.

Список литературы (продолжение)

9. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence: Lecture Notes in Mathematics. – Berlin: Springer, 1981. – Vol. 898. – P. 366–381.

10. Marwan N., Romano M.C., Thiel M., Kurths J. Recurrence plots for the analysis of complex systems // Physics Reports. – 2007. – Vol. 438. – P. 237–329.

11. Ashton G., et al. BILBY: A user-friendly Bayesian inference library for gravitational-wave astronomy // The Astrophysical Journal Supplement Series. – 2019. – Vol. 241. – Art. 27.