Отношение сигнал/шум в астрофизических наблюдениях

Лекция 10

Оптимизация времени наблюдения и параметров экспозиции. Зависимость S/N от времени экспозиции

КазНУ имени аль-Фараби

Цель и план лекции

Цель

Изучение зависимости S/N от времени экспозиции в различных шумовых режимах и методов расчёта требуемого времени, числа и длительности подэкспозиций при заданной точности.

1. Введение
2. Зависимость S/N от времени
3. Определение требуемого времени
4. Выбор длительности подэкспозиций
5. Практические аспекты планирования
6. Оптимизация с учётом научной цели

1 Введение

- Наблюдательное время на больших телескопах является дорогостоящим ресурсом, поэтому необходимо заранее рассчитать, сколько времени потребуется для достижения научной цели.

2 Зависимость S/N от времени

- Запишем суммарное отношение сигнал/шум для одной экспозиции:

$$S/N(t) = R\,t \,/\, \sqrt{(\,R\,t + n\,B\,t + n\,RN^2\,)},$$

- где R – скорость счёта источника, B – суммарная скорость фоновых и темновых электронов в пикселе, n – число пикселей, RN – шум считывания.

2 Зависимость S/N от времени (продолжение)

Режим считывания

При $t \ll nRN^2/(R + nB)$ зависимость $S/N \propto t$.

Фоновый режим

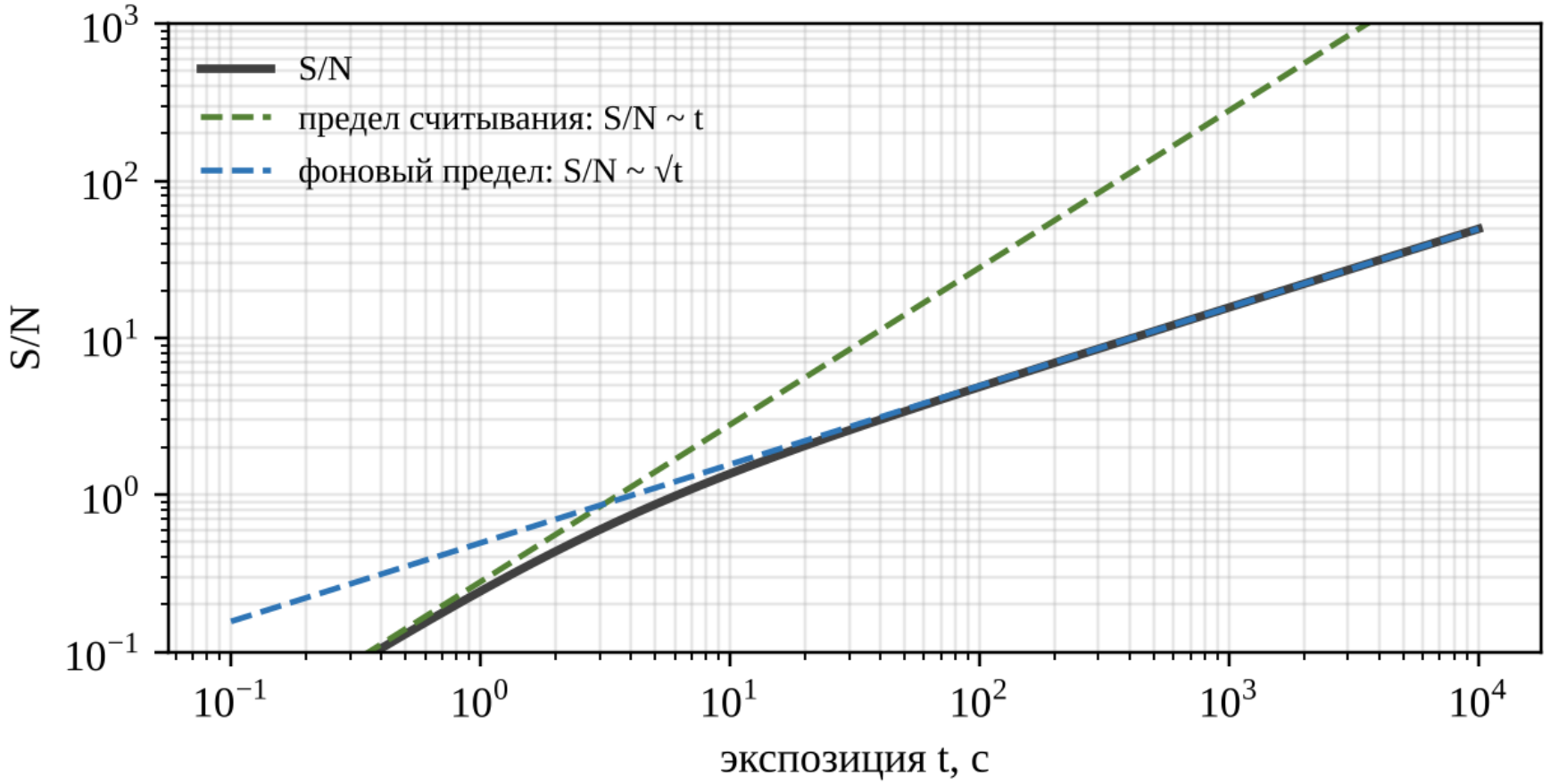
При $nB \gg R$ зависимость $S/N \approx R\sqrt{t}/\sqrt{(nB)}$.

Режим фотонного шума источника

При $R \gg nB$ зависимость $S/N \approx \sqrt{(Rt)}$.

Значение времени перехода определяет минимально разумную длительность экспозиции.

2 Зависимость S/N от времени (продолжение)



Зависимость S/N от времени экспозиции и асимптотические режимы

3 Определение требуемого времени

- Для заданного S/N = s решение квадратного уравнения относительно t даёт:

$$t = [\, s^2(R + nB) + \sqrt{\,(s^4(R + nB)^2 + 4\, s^2\, R^2\, n\, RN^2)\,}\,] \,/\, (2\, R^2).$$

- При нулевом шуме считывания выражение упрощается: $t = s^2(R + nB)/R^2$. Отсюда следует важный вывод.

4 Выбор длительности подэкспозиций

- Разделение общего времени T на N кадров полезно по многим причинам: удаление космических лучей, защита от насыщения, возможность исключать неудачные кадры, снижение размытия при ошибках гидирования.

$$S/N = R\,T \,/\, \sqrt{(\,R\,T + n\,B\,T + N\,n\,RN^2\,)}.$$

- Шум считывания становится малозначимым, если фон на кадр в несколько раз превышает квадрат шума считывания.

$$B\,t_{sub} \geq RN^2 \,/\, (2\,\varepsilon).$$

4 Выбор длительности подэкспозиций (продолжение)

- Например, при ε = 5 % получается $B \cdot t_{sub} \geq 10\ RN^2$. Подэкспозиции выбираются также таким образом, чтобы яркие объекты не достигали насыщения, а спектральные линии неба не меняли интенсивность слишком сильно за время экспозиции.
- Необходимо учитывать затраты времени на считывание и наведение. Если считывание длится t_r, то эффективность составляет $t/(t + t_r)$.

4 Расчёт времени экспозиции

Листинг 10.1.

```
import numpy as np

def time_for_snr(s, R, n, B, RN):
    a = R**2
    b = -s**2 * (R + n * B)
    c = -s**2 * n * RN**2
    return (-b + np.sqrt(b**2 - 4 * a * c)) / (2 * a)

def snr(t, R, n, B, RN):
    return R * t / np.sqrt(R * t + n * B * t + n * RN**2)

R0, n, B, RN = 10.0, 20, 20.0, 8.0
print("  S/N    t, c     проверка   только фон (без RN)")
for s in (5, 10, 50, 200):
    t = time_for_snr(s, R0, n, B, RN)
    t0 = s**2 * (R0 + n * B) / R0**2
    print(f"{s:5} {t:9.1f} {snr(t, R0, n, B, RN):9.2f} {t0:12.1f}")

print("Влияние потока при S/N=10:")
for dm in (0, 1, 2.5):
    print(f"  dm={dm}: t = "
          f"{time_for_snr(10, R0 * 10**(-0.4 * dm), n, B, RN):.0f} c")
```

4 Результат: Расчёт времени экспозиции

```
  S/N    t, c     проверка   только фон (без RN)
    5     105.5      5.00        102.5
   10     413.1     10.00        410.0
   50   10253.1     50.00      10250.0
  200  164003.1    200.00     164000.0
Влияние потока при S/N=10:
  dm=0: t = 413 c
  dm=1: t = 2552 c
  dm=2.5: t = 40103 c
```

4 Выбор числа подэкспозиций

Листинг 10.2.

```
def stack_snr(T, N, R, n, B, RN):
    return R * T / np.sqrt(R * T + n * B * T + N * n * RN**2)

T = 3600.0
tr = 15.0
best = stack_snr(T, 1, R0, n, B, RN)
print("Кадров  t_sub, с  S/N   потери, %  потери времени, %")
for N in (1, 6, 12, 60, 360, 1800):
    s = stack_snr(T, N, R0, n, B, RN)
    print(f"{N:6} {T / N:8.0f} {s:6.1f} {100 * (1 - s / best):8.1f} "
          f"{100 * N * tr / (T + N * tr):12.1f}")
print(f"Условие потерь 5%: t_sub >= "
      f"{RN**2 / (2 * 0.05 * B):.0f} с")
```

4 Результат: Выбор числа подэкспозиций

```
Кадров  t_sub, c  S/N   потери, %  потери времени, %
     1     3600   29.6       0.0           0.4
     6      600   29.6       0.2           2.4
    12      300   29.5       0.5           4.8
    60       60   28.9       2.5          20.0
   360       10   25.9      12.7          60.0
  1800        2   18.5      37.5          88.2
Условие потерь 5%: t_sub >= 32 c
```

Результат показывает: в заданных условиях разбиение на кадры длительностью по 10 минут почти не ухудшает S/N, тогда как очень короткие экспозиции приводят к заметным потерям и значительным затратам времени на считывание.

5 Практические аспекты планирования

Калькуляторы времени экспозиции

Обсерватории предоставляют программы для расчётов (ETC), которые учитывают эффективность, фон, атмосферу, спектральное распределение источника.

Служебные затраты

Учитываются наведение, настройка щели, калибровка, смена фильтров. Заявка должна содержать общее время, включая служебные затраты.

Запас

Плохое состояние атмосферы может снизить реальную эффективность. Планирование с запасом 20–30 % является разумным.

Распределение времени наблюдения между фильтрами также зависит от цели. Определение цвета с заданной погрешностью требует уравновешивания погрешностей в обоих фильтрах, поскольку $\sigma_{цвет}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$.

5 Практические аспекты планирования (продолжение)

Динамическое планирование

Современные обзоры, например LSST, автоматически выбирают следующие поля с учётом условий, что повышает качество данных и равномерность покрытия.

Распределение времени между объектом и калибровками

Для спектроскопии необходимы стандартные звёзды, а для слабых объектов – определение фона.

Многоцелевая оптимизация

Для обзора неба важен компромисс между глубиной и площадью. Количество объектов, обнаруживаемых при фиксированном времени, определяется кривой подсчётов: при выборе между глубокими и широкими обзорами полезным является показатель, равный произведению площади поля на квадрат диаметра телескопа (этендю, AΩ).

Распределение времени наблюдения между фильтрами также зависит от цели. Определение цвета с заданной погрешностью требует уравновешивания погрешностей в обоих фильтрах, поскольку $\sigma_{цвет}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$.

6 Оптимизация с учётом научной цели

- Цель наблюдений часто не совпадает с максимизацией S/N одного объекта. Например, для определения функции светимости важно количество объектов и полнота на заданной звёздной величине.
- Для быстро изменяющихся объектов существует ограничение на длительность экспозиции: она не должна размывать сигнал.
- Для ярких объектов необходимо следить за насыщением. Максимально допустимое значение определяется ёмкостью пикселя и линейным диапазоном.
- Метод динамического планирования использует текущее значение S/N, определяемое в реальном времени, для автоматического продления или завершения наблюдения.
- Упражнение: подготовьте заявку на наблюдения, определив необходимую величину S/N, рассчитав время по приведённым формулам и сравнив с результатом калькулятора экспозиций обсерватории; поясните различия.

7 Разбор примера

1. Пусть $R = 10\ e^-/c$, $n = 20$, $B = 20\ e^-/(c \cdot пкс)$, $RN = 8\ e^-$, требуемое $S/N = 10$.

2. Коэффициенты: $s^2(R + nB) = 100 \cdot 410 = 41000$, $nRN^2 = 1280$.

3. Тогда $t = [41000 + \sqrt{(41000^2 + 4 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 1280)}]/200$.

4. Значение под корнем равно $1{,}681 \cdot 10^9 + 5{,}12 \cdot 10^7 = 1{,}732 \cdot 10^9$, корень составляет 41620.

5. Следовательно, $t \approx (41000 + 41620)/200 \approx 413$ с.

6. Без учёта шума считывания расчёт даёт 410 с, разность мала.

7. Если объект стал на 1^m слабее, поток уменьшается в 2,51 раза, а время увеличивается приблизительно в $2{,}51^2 \approx 6{,}3$ раза (при фоновом ограничении).

8 Вопросы для обсуждения на занятии

Заявка

Какие параметры и обоснования должны быть включены в заявку на наблюдательное время?

Разбиение

Какие риски связаны с одной длинной экспозицией?

Обзоры

Как найти компромисс между глубиной и площадью при ограниченном общем времени?

Контрольные вопросы

1. Как зависит S/N от времени в различных шумовых режимах?
2. Запишите выражение для времени, необходимого для достижения заданного S/N.
3. Как изменение потока влияет на требуемое время?
4. Почему подэкспозиции используются в наблюдениях?
5. Как определить минимально приемлемую длительность подэкспозиции?
6. Какие служебные затраты следует учитывать?
7. Что такое калькулятор времени экспозиции и какие параметры он учитывает?
8. Как определить оптимальное распределение времени между фильтрами?

Список литературы

1. Howell S.B. Handbook of CCD Astronomy. – 2nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
2. Merline W.J., Howell S.B. A realistic model for point-sources imaged on array detectors: The model and initial results // Experimental Astronomy. – 1995. – Vol. 6. – P. 163–210.
3. Ivezić Ž., Connolly A.J., VanderPlas J.T., Gray A. Statistics, Data Mining, and Machine Learning in Astronomy: A Practical Python Guide for the Analysis of Survey Data. – Updated ed. – Princeton: Princeton University Press, 2020.
4. Data, Noise and Signal (for Astronomers): lecture notes. – Caltech, c. 2016. [источник указан в силлабусе]