Отношение сигнал/шум в астрофизических наблюдениях

Лекция 1

Физические основы отношения сигнал/шум в астрофизических наблюдениях. Понятия сигнала, шума и S/N и их роль в оценке качества наблюдений

КазНУ имени аль-Фараби

Цель и план лекции

Цель

Формирование представления о сигнале и шуме как физических и статистических величинах, усвоение определения отношения сигнал/шум и понимание его роли при планировании наблюдений и оценке достоверности астрофизических результатов.

1. Введение
2. Краткая история вопроса
3. Сигнал, шум и отношение сигнал/шум
4. Случайные и систематические ошибки
5. Роль S/N в наблюдательной астрофизике
6. Единицы и величины, используемые в курсе
7. S/N, информация и граница точности

1 Введение

- Астрофизика является наблюдательной наукой: исследователь не может поставить эксперимент над звездой или галактикой и вынужден извлекать сведения из приходящего излучения.
- Показатель S/N определяет, можно ли считать объект обнаруженным, с какой точностью измерены его блеск, лучевая скорость и химический состав, какой телескоп и какую экспозицию следует выбрать.
- Предмет настоящего курса охватывает весь путь от природы шумов до современных статистических методов: физические источники шума, фотометрические и спектроскопические наблюдения, обнаружение слабых сигналов, накопление данных, анализ временных рядов и коррелированные шумы.

2 Краткая история вопроса

- Вопрос о точности астрономических измерений восходит к методу наименьших квадратов, который разработали Лежандр и Гаусс в начале XIX века, в том числе для определения орбит небесных тел.
- Появление фотопластинок во второй половине XIX века позволило накапливать свет, однако их квантовая эффективность составляла порядка процента, а отклик был нелинейным.
- Изобретение приборов с зарядовой связью (ПЗС, CCD) Бойлом и Смитом в 1969 году произвело переворот: квантовая эффективность современных детекторов превышает 90 %, а отклик линеен в широком диапазоне.

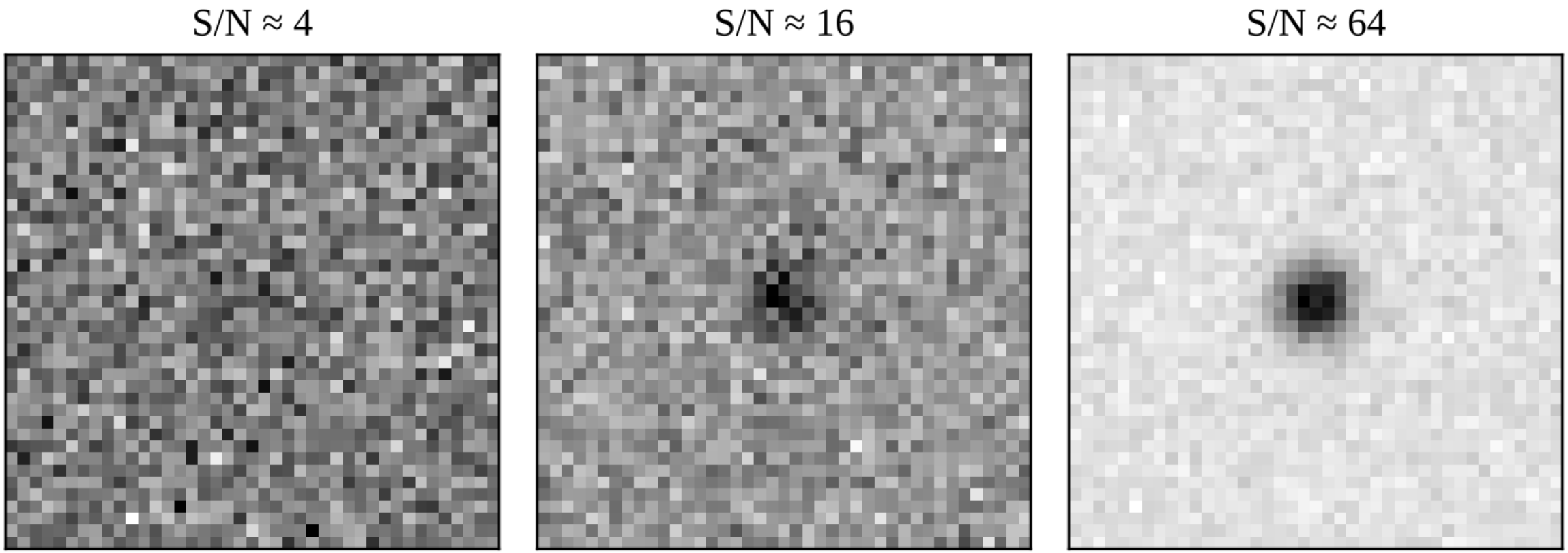
3 Сигнал, шум и отношение сигнал/шум

- Сигналом называют составляющую данных, которая содержит сведения об изучаемом объекте.

$$S/N = S \,/\, \sigma.$$

- Величина, обратная S/N, является относительной погрешностью измерения. При S/N = 100 погрешность составляет 1 %, а при S/N = 3 – уже около трети от измеряемой величины.

3 Сигнал, шум и отношение сигнал/шум (продолжение)



Модельные изображения точечного источника при разных значениях S/N

3 Сигнал, шум и отношение сигнал/шум (продолжение)

Различают несколько определений, которые нельзя смешивать.

Мощностное определение

В радиотехнике S/N часто означает отношение мощностей P_s/P_n и выражается в децибелах: $10 \lg(P_s/P_n)$.

Амплитудное определение

В астрономии принято отношение величины сигнала к его стандартному отклонению.

На элемент и на объект

В спектроскопии S/N указывают на пиксель или на элемент разрешения, а в фотометрии – для всего объекта.

Пиковое и интегральное

На изображении S/N может относиться к яркости центрального пикселя или к суммарному потоку в апертуре.

Всегда следует уточнять определение, поскольку одинаковое значение может соответствовать разному качеству данных.

3 Сигнал, шум и отношение сигнал/шум (продолжение)

Оптимальное

В задачах с заранее известной формой сигнала (например, при согласованной фильтрации) S/N определяется через свёртку с шаблоном.

Всегда следует уточнять определение, поскольку одинаковое значение может соответствовать разному качеству данных.

4 Случайные и систематические ошибки

- Случайные ошибки изменяются непредсказуемо от измерения к измерению и уменьшаются при усреднении.

5 Роль S/N в наблюдательной астрофизике

Обнаружение объектов

Для уверенной регистрации точечного источника обычно требуется S/N не менее 5.

Фотометрия

Погрешность звёздной величины приблизительно равна 1,0857/(S/N).

Спектроскопия

Для определения химического состава звёзд часто нужен S/N порядка 100 и выше.

Экзопланеты

Транзит глубиной 1 % требует точности лучше нескольких миллизвёздных величин.

Космология

Слабое гравитационное линзирование определяется на статистике миллионов галактик, для каждой из которых S/N невелико.

Астросейсмология

Амплитуды колебаний измеряются в миллионных долях блеска, поэтому необходимы длительные непрерывные ряды.

В простейшем случае, когда измерен только пуассоновский поток фотонов N, справедливо S/N = √N. Это базовый предел, относительно которого оценивают эффективность реальных наблюдений.

5 Измерение S/N источника на модельном изображении

Листинг 1.1.

```
import numpy as np

rng = np.random.default_rng(1)
n, F, sky, rn, sig = 61, 5000.0, 100.0, 5.0, 2.2
y, x = np.indices((n, n)) - n // 2
r = np.hypot(x, y)
psf = np.exp(-r**2 / (2 * sig**2))
psf /= psf.sum()

ap = r <= 6
ann = (r > 12) & (r <= 20)

results = []
for _ in range(2000):
    img = rng.poisson(sky + F * psf) + rng.normal(0, rn, (n, n))
    bkg = img[ann].mean()
    results.append((img[ap] - bkg).sum())
results = np.array(results)
```

5 Измерение S/N источника на модельном изображении (продолжение)

Листинг 1.1.

```
npx = ap.sum()
th = F * psf[ap].sum() / np.sqrt(
    F * psf[ap].sum() + npx * (sky + rn**2)
    * (1 + npx / ann.sum()))

print(f"Пикселей в апертуре: {npx}")
print(f"Средний поток: {results.mean():.0f} e-")
print(f"СКО потока: {results.std():.1f} e-")
print(f"S/N (моделирование): {results.mean() / results.std():.1f}")
print(f"S/N (формула):       {th:.1f}")
```

5 Результат: Измерение S/N источника на модельном изображении

```
Пикселей в апертуре: 113
Средний поток: 4879 e-
СКО потока: 145.7 e-
S/N (моделирование): 33.5
S/N (формула):       33.7
```

Совпадение модельного расчёта и формулы показывает, что шумы складываются в квадратуре, если они независимы.

6 Единицы и величины, используемые в курсе

- В оптической астрономии входной поток выражают в фотонах или электронах за секунду, а изображения хранятся в аналого-цифровых единицах (ADU), связанных с электронами коэффициентом преобразования.

$$\sigma_T = T_{sys} / \sqrt{(\Delta\nu \cdot \tau)},$$

- где Δν – полоса приёма, а τ – время накопления. В рентгеновском и гамма-диапазонах регистрируется малое количество отдельных фотонов, и применяется статистика малых чисел.
- Важной величиной, показывающей эффективность наблюдений, является скорость накопления S/N, зависящая от диаметра телескопа, квантовой эффективности, потерь в оптике и фона.

7 S/N, информация и граница точности

- Отношение сигнал/шум непосредственно связано с количеством информации, содержащимся в данных.
- С формальной точки зрения объединение независимых наблюдений складывает информацию: квадраты значений S/N суммируются.
- Для докторанта важно уметь построить бюджет ошибок для собственной задачи. В него следует включить все ожидаемые составляющие, их порядок величины, способ проверки и влияние на конечный результат.
- Полезно различать требуемое и достигнутое значения S/N. Требуемое значение определяется научной задачей: какая погрешность результата приемлема.

8 Разбор примера

1. Пусть за экспозицию от звезды накоплено $N = 40000$ электронов, а прочие источники шума пренебрежимо малы.
2. Тогда $\sigma = \sqrt{40000} = 200$ электронов, $S/N = 40000/200 = 200$, относительная погрешность равна 0,5 %.
3. Погрешность звёздной величины составляет $1{,}0857/200 \approx 0{,}0054^{m}$.
4. Пусть теперь в той же апертуре дисперсия, обусловленная фоном и считыванием, равна 60000 e^2.
5. Суммарная дисперсия составит 100000 e^2, $\sigma \approx 316$, $S/N = 40000/316 \approx 126{,}5$.
6. Таким образом, шум фона снизил S/N почти в 1,6 раза, хотя сигнал не изменился.

8 Разбор примера (продолжение)

7 В децибелах отношение амплитудного S/N = 100 соответствует мощностному отношению 10^4, то есть 40 дБ. Смешение этих определений приводит к ошибке в два раза в значении децибел.

9 Вопросы для обсуждения на занятии

Определения

Какие значения S/N следует указать в статье о спектральных наблюдениях, чтобы они были однозначно поняты?

Систематика

Приведите примеры ситуаций, когда увеличение времени экспозиции не улучшает качество результата.

Планирование

Какие величины необходимо знать, чтобы обосновать заявку на время телескопа?

Контрольные вопросы

1. Дайте определения сигнала, шума и отношения сигнал/шум.
2. Какие определения S/N используются в оптической астрономии и радиотехнике?
3. Как S/N связан с относительной погрешностью измерения?
4. Чем случайные ошибки отличаются от систематических?
5. В чём различие между точностью и правильностью измерения?
6. Какое значение имело появление ПЗС-матриц для наблюдательной астрономии?
7. Какие значения S/N необходимы в различных задачах астрофизики?
8. Как определяется чувствительность радиометра?

Список литературы

1. Howell S.B. Handbook of CCD Astronomy. – 2nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2006.
2. Data, Noise and Signal (for Astronomers): lecture notes. – Caltech, c. 2016. [источник указан в силлабусе]
3. Ivezić Ž., Connolly A.J., VanderPlas J.T., Gray A. Statistics, Data Mining, and Machine Learning in Astronomy: A Practical Python Guide for the Analysis of Survey Data. – Updated ed. – Princeton: Princeton University Press, 2020.
4. Shannon C.E. A mathematical theory of communication // Bell System Technical Journal. – 1948. – Vol. 27. – P. 379–423, 623–656.
5. Merline W.J., Howell S.B. A realistic model for point-sources imaged on array detectors: The model and initial results // Experimental Astronomy. – 1995. – Vol. 6. – P. 163–210.
6. Thompson A.R., Moran J.M., Swenson G.W. Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy. – 3rd ed. – Cham: Springer, 2017.