Отношение сигнал/шум в астрофизических наблюдениях

Лекция 8

Отношение сигнал/шум в спектроскопических наблюдениях. Континуум, спектральные линии и влияние спектрального разрешения

КазНУ имени аль-Фараби

Цель и план лекции

Цель

Изучение особенностей расчёта и оценки S/N в спектроскопии, зависимости этого показателя от спектрального разрешения, а также требований к S/N при измерении спектральных линий.

1. Введение
2. Определения S/N в спектроскопии
3. Экстракция спектра
4. Влияние спектрального разрешения
5. Измерение линий и их погрешности
6. Инструментальные источники ошибок
7. Интегральная и многообъектная спектроскопия

1 Введение

- Спектроскопия даёт наиболее подробную информацию об объекте: химический состав, температуру, лучевую скорость и красное смещение.

2 Определения S/N в спектроскопии

- Обычно указывают S/N либо на пиксель, либо на элемент разрешения. Спектральное разрешение определяется как:

$$R = \lambda \,/\, \Delta\lambda.$$

- Если элемент разрешения покрывается p пикселями по дисперсии, то S/N на элемент разрешения приблизительно в √p раз больше, чем на пиксель.

2 Определения S/N в спектроскопии (продолжение)

S/N континуума

Отношение среднего значения континуума к стандартному отклонению остатков после вычитания гладкой модели.

S/N в линии

Отношение интегрального потока линии к его погрешности.

Шум по паре экспозиций

Для независимых спектров одного объекта шум оценивается по разности.

Метод DER_SNR (Штёр и др., 2008)

Оценка основана только на самом спектре:

$$N = (1{,}482602 / \sqrt{6}) \cdot \mathrm{median} \mid 2f_i - f_{i-2} - f_{i+2} \mid .$$

Эта формула использует разности между значениями в отстоящих пикселях, которые слабо зависят от гладкого континуума.

3 Экстракция спектра

- Двумерное изображение спектра должно быть преобразовано в одномерное. Простое суммирование по щели добавляет шум от всех пикселей.

$$f_\lambda = \Sigma_x P_x (D_x - S_x) / V_x / \Sigma_x P_x^2 / V_x,$$

- где D – данные, S – фон, а V – дисперсия. Метод даёт наибольшее значение S/N и обеспечивает устойчивость к космическим лучам, обнаруживаемым как отклонения от модели.

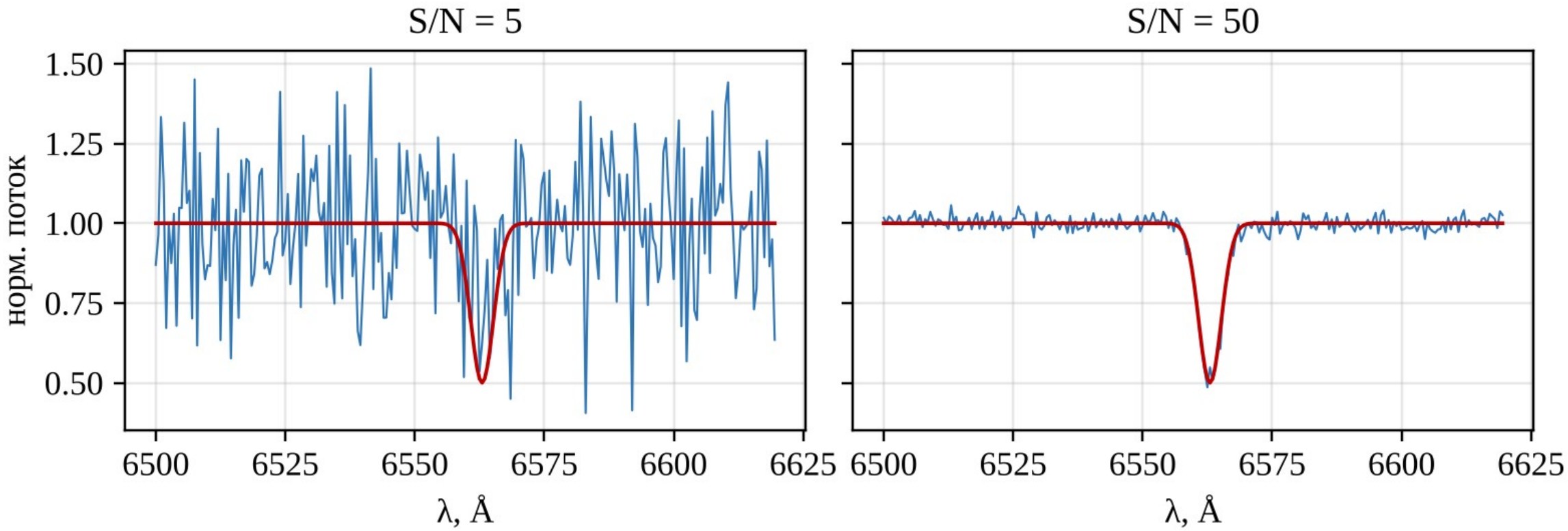
- В спектрах присутствует множество линий ночного неба, поэтому после вычитания в этих областях остаётся повышенный шум.

4 Влияние спектрального разрешения

- Чем выше R, тем меньше фотонов приходится на элемент разрешения: при постоянной общей эффективности число фотонов от континуума в элементе обратно пропорционально R. Если основным является фотонный шум, то S/N на элемент $\propto R^{-1/2}$.
- С другой стороны, для обнаружения узких линий необходимо, чтобы линия была разрешена.

4

Влияние спектрального разрешения (продолжение)



Абсорбционная линия при значениях S/N = 5 и 50

5 Измерение линий и их погрешности

- Эквивалентная ширина определяется как:

$$W = \int (1 - F_\lambda / F_c)\, d\lambda.$$

- Формула Кайреля (1988) для погрешности эквивалентной ширины гауссовой линии, связывающая S/N с шириной линии и размером пикселя δx:

$$\sigma_W \approx 1{,}5 \sqrt{(FWHM \cdot \delta x)} \,/\, (S/N).$$

- Точность измерения лучевой скорости определяется количеством и контрастом линий.

$$\sigma_v = c \,/\, \sqrt{\left(\Sigma_i \lambda_i^2 \, (dA_i/d\lambda)^2 \,/\, A_i \right)}.$$

5 Измерение линий и их погрешности (продолжение)

- Такой подход показывает, что точность определяется не средним S/N, а суммой по всем информативным участкам спектра.
- Обычные требования к S/N на элемент разрешения следующие: определение красного смещения галактики – порядка 3–10, определение классификации звёзд – 20–50, химический анализ – 100 и более, измерение слабых межзвёздных линий и изотопных отношений – несколько сотен.

5 Оценка S/N спектра методом DER_SNR

Листинг 8.1.

```
import numpy as np

rng = np.random.default_rng(8)
w = np.arange(5000.0, 5600.0, 0.5)
cont = 1000 + 0.2 * (w - 5300)
lines = sum(0.3 * np.exp(-(w - c)**2 / (2 * 1.5**2))
            for c in (5100, 5250, 5400, 5520))
f0 = cont * (1 - lines)

def der_snr(f):
    n = 1.482602 / np.sqrt(6) * np.median(
        np.abs(2 * f[2:-2] - f[:-4] - f[4:]))
    return np.median(f) / n

print("Заданное S/N   DER_SNR   Оценка по разбросу")
for s in (10, 50, 200):
    f = f0 + rng.normal(0, np.median(f0) / s, w.size)
    i = np.arange(260, 440)
    d = np.std(f[i] - np.polyval(np.polyfit(w[i], f[i], 2), w[i]))
    print(f"{s:12} {der_snr(f):9.1f} {np.median(f) / d:15.1f}")
```

5 Результат: Оценка S/N спектра методом DER_SNR

Заданное S/N	DER_SNR	Оценка по разбросу
10	10.0	10.1
50	46.8	46.9
200	181.4	191.6

5 Погрешность эквивалентной ширины

Листинг 8.2.

```
dx, s = 0.5, 1.5
x = np.arange(-30, 30, dx)
line = 0.5 * np.exp(-x**2 / (2 * s**2))
fw = 2.355 * s
W0 = (line * dx).sum()

for sn in (20, 50, 100, 200):
    m = np.abs(x) < 4 * s
    E = [dx * (line + rng.normal(0, 1 / sn, x.size))[m].sum()
         for _ in range(4000)]
    print(f"S/N={sn:3}: sigma_W = {np.std(E):.4f} A, "
          f"Кайрель {1.5 * np.sqrt(fw * dx) / sn:.4f} A")
print(f"Эквивалентная ширина W = {W0:.3f} A")
```

```
S/N= 20: sigma_W = 0.1202 A, Кайрель 0.0997 A
S/N= 50: sigma_W = 0.0476 A, Кайрель 0.0399 A
S/N=100: sigma_W = 0.0238 A, Кайрель 0.0199 A
S/N=200: sigma_W = 0.0117 A, Кайрель 0.0100 A
Эквивалентная ширина W = 1.880 A
```

6 Инструментальные источники ошибок

- Точность спектроскопии ограничена не только статистикой фотонов. Важными источниками систематики являются: потери света на щели при ухудшении качества изображения (щелевые потери), дифференциальная атмосферная рефракция, рассеянный свет в спектрографе, ошибки длины волн, определяемые по лампе сравнения, и неточное вычитание фона.

7 Интегральная и многообъектная спектроскопия

- Современные спектрографы позволяют наблюдать множество объектов одновременно.
- В интегральной спектроскопии каждый элемент поля даёт отдельный спектр. Если объединять элементы, необходимо учитывать ковариацию между ними, возникающую при построении куба данных.
- При определении спектрального S/N необходимо учитывать также форму линии. Согласованная фильтрация для гауссовой линии в спектре при белом шуме даёт значимость обнаружения, пропорциональную амплитуде и квадратному корню из ширины линии в пикселях.
- Высокоточные измерения лучевых скоростей ограничены не только фотонным шумом, но и звёздной активностью, стабильностью прибора, теллурическими линиями и стабильностью калибровки длины волны.

7 Интегральная и многообъектная спектроскопия (продолжение)

- Практическое упражнение: по имеющемуся спектру определите S/N тремя способами: DER_SNR, по разбросу на участке континуума и по разности двух экспозиций.

8 Разбор примера

1. Пусть спектр имеет S/N = 100 на пиксель, при этом элемент разрешения равен 3 пикселям.

2. Значение S/N на элемент разрешения равно $100\sqrt{3} \approx 173$.

3. Для линии с FWHM = 0,3 Å и шагом $\delta x = 0{,}05$ Å погрешность эквивалентной ширины по формуле Кайреля при S/N = 100 равна $1{,}5 \cdot \sqrt{(0{,}3 \cdot 0{,}05)}/100 = 1{,}5 \cdot 0{,}1225/100 \approx 1{,}84 \cdot 10^{-3}$ Å, то есть примерно 1,8 мÅ.

4. Для линии с W = 18 мÅ погрешность составляет 10 %.

5. Увеличение разрешения в 4 раза при фотонном шуме уменьшает S/N на элемент в 2 раза.

9 Вопросы для обсуждения на занятии

Разрешение

Как выбрать разрешение для поиска эмиссионных линий и для химического анализа?

Показатели

Какое значение S/N следует указывать в статье и почему?

Систематика

Почему увеличение S/N не приводит к бесконечному улучшению точности лучевых скоростей?

Контрольные вопросы

1. Чем различаются S/N на пиксель и S/N на элемент разрешения?
2. Как оценить S/N по самому спектру?
3. В чём заключается оптимальная экстракция?
4. Как спектральное разрешение влияет на S/N?
5. Какие проблемы создают линии неба?
6. Как определяется погрешность эквивалентной ширины?
7. От чего зависит точность измерения лучевых скоростей?
8. Какие значения S/N необходимы для различных спектроскопических задач?

Список литературы

1. Horne K. An optimal extraction algorithm for CCD spectroscopy // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 1986. – Vol. 98. – P. 609–617.
2. Stoehr F., et al. DER_SNR: A simple & general spectroscopic signal-to-noise measurement algorithm // Astronomical Data Analysis Software and Systems XVII: ASP Conference Series. – 2008. – Vol. 394. – P. 505.
3. Cayrel R. Data analysis // The Impact of Very High S/N Spectroscopy on Stellar Physics: IAU Symposium 132. – Dordrecht: Kluwer, 1988. – P. 345–353.
4. Bouchy F., Pepe F., Queloz D. Fundamental photon noise limit to radial velocity measurements // Astronomy & Astrophysics. – 2001. – Vol. 374. – P. 733–739.
5. Gray D.F. The Observation and Analysis of Stellar Photospheres. – 3rd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
6. Howell S.B. Handbook of CCD Astronomy. – 2nd ed. – Cambridge: Cambridge University Press, 2006.