Методы графической обработки результатов измерений

Лекция 9

и.о. доцента кафедры
теоретической и ядерной физики
PhD Зарипова Ю.А.

Цель лекции: сформировать представление об основных принципах и методах графической обработки результатов измерений, раскрыть особенности построения и анализа экспериментальных графиков, выявления функциональных зависимостей и интерпретации экспериментальных данных, а также формирование практических навыков представления, анализа и интерпретации результатов измерений с использованием графических методов.

Результаты обучения:

По завершении лекции обучающийся будет способен:

1. Объяснять назначение и основные задачи графической обработки результатов экспериментальных измерений.
2. Характеризовать основные виды графического представления данных и определять области их применения.
3. Применять основные правила построения экспериментальных графиков, включая выбор координатных осей, масштаба и отображение погрешностей измерений.
4. Анализировать графические зависимости между физическими величинами, определять их характер и основные параметры.
5. Объяснять принципы линеаризации нелинейных зависимостей и возможности использования компьютерных средств для графической обработки экспериментальных данных.

Основные этапы анализа данных



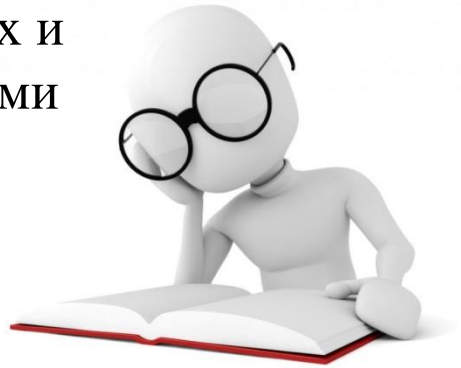
Алгоритм представления научной информации



Завершением любой исследовательской работы является представление результатов в той форме, которая принята научным сообществом. Следует различать две основные формы представления результатов: квалификационную и научно-исследовательскую.

Квалификационная работа – курсовая, дипломная работа, диссертация и т. д. – служит для того, чтобы студент, аспирант или соискатель, представив свое научное исследование, получил документ, удостоверяющий уровень компетентности. Требования к таким работам, способу их оформления и представления результатов изложены в соответствующих инструкциях и положениях, принятых учеными советами.

Результаты **научно-исследовательской работы** – это результаты, полученные в ходе исследовательской деятельности ученого. Представление научных результатов обычно происходит в трех формах: 1) устные изложения; 2) публикации; 3) электронные версии.

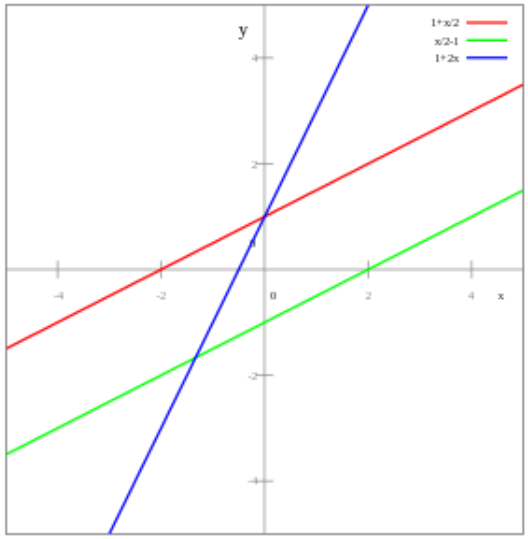


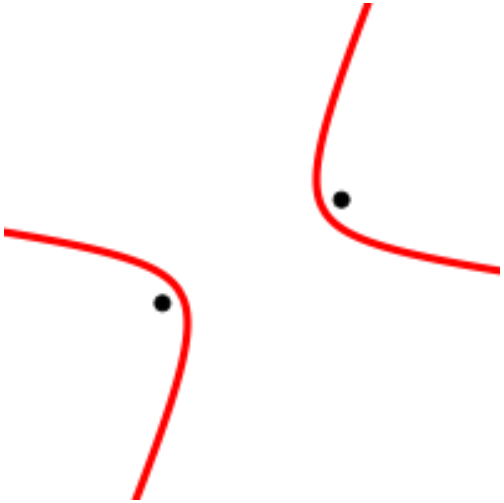
Различают следующие варианты представления информации:

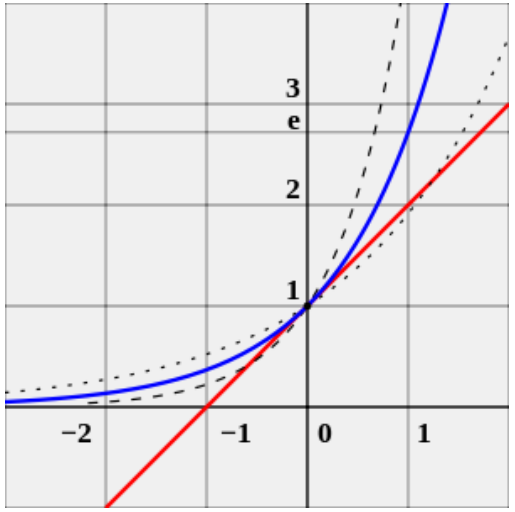
- вербальная форма (текст, речь),
- символическая (знаки, формулы),
- **графическая (схемы, графики),**
- предметнообразная (макеты, вещественные модели, фильмы и др.).

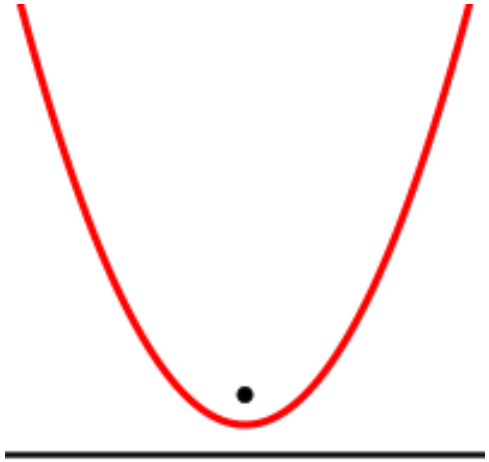


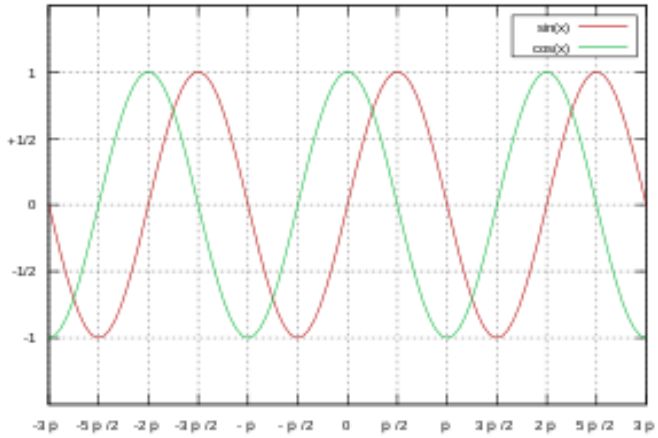
График — это наглядное представление зависимости одной величины от другой.







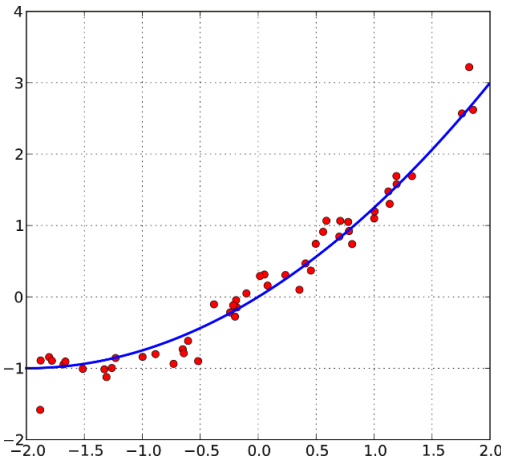




Зачем используют графики?

В экспериментальной физике графиками пользуются для разных целей.

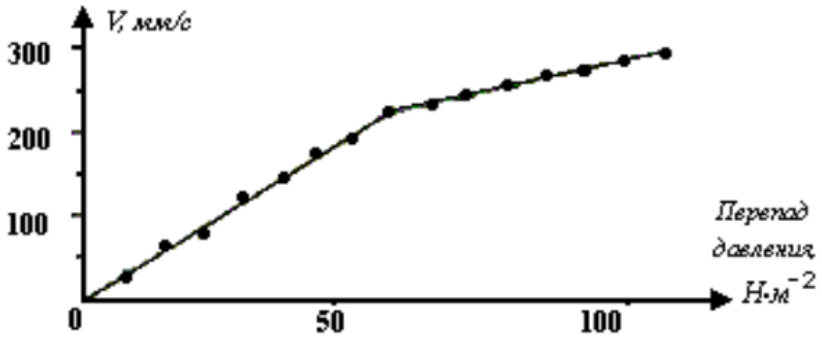
Во-первых, графики строят, чтобы определить некоторые величины, – обычно наклон или отрезок, отсекаемый на оси координат, прямой, изображающей зависимость между двумя переменными. Хотя в элементарных курсах физики упор часто делается именно на это, на самом деле роль графика здесь сравнительно невелика. Ведь при методе наименьших квадратов наклон прямой определяют, конечно, не по графикам, как таковым, а по исходным числовым данным. Непосредственно же по графику определить наклон можно только в том случае, если провести через точки на глаз наилучшую прямую. Это довольно грубый метод. Его не следует сбрасывать со счета, но он пригоден лишь тогда, когда мы оценивает результат, полученный наиболее точным методом или когда наклон кривой не очень важен для окончательного результата.



Зачем используют графики?

Во-вторых, и это, пожалуй, самое главное, – графиками пользуются для наглядности. Допустим, например, что мы измеряем скорость течения воды по трубке как функцию перепада давления с целью определить, когда поток перестает быть ламинарным и становится турбулентным.

Перепад давления, $Н{\cdot}м^{-2}$	Средняя скорость, *мм/с*	Перепад давления, $Н{\cdot}м^{-2}$	Средняя скорость, *мм/с*
7,8	35	78,3	245
15,6	65	86,0	258
23,4	78	87,6	258
31,3	126	93,9	271
39,0	142	101,6	277
46,9	171	109,6	284
54,7	194	118,0	290
62,6	226		



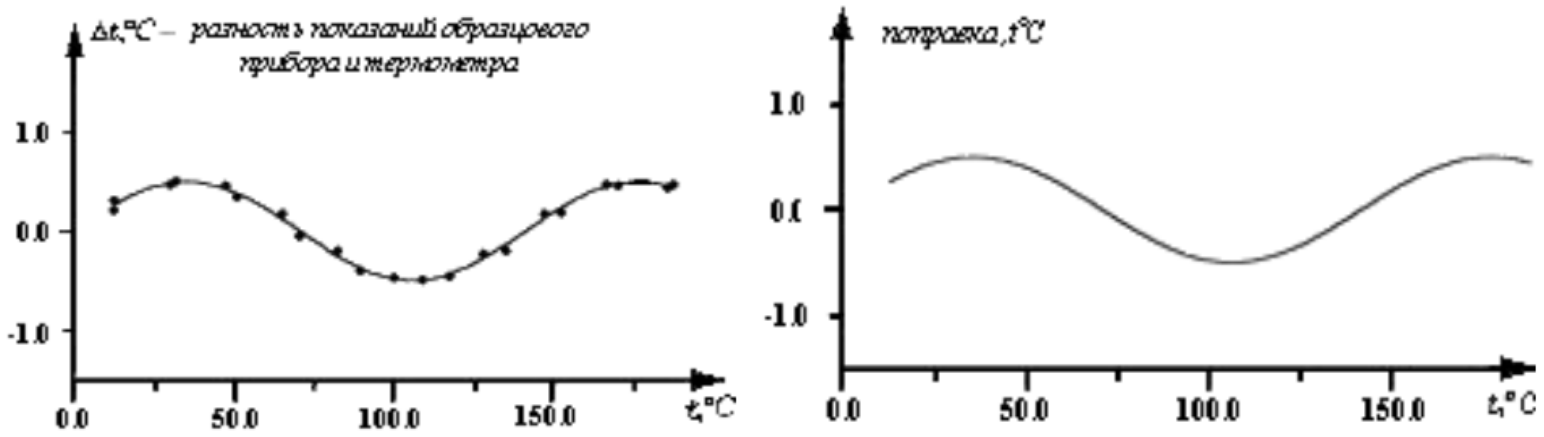
Пока поток остается ламинарным, скорость его пропорциональна перепаду давления. Глядя на цифры, приведенные в таблице, трудно сказать, где пропорциональность начинает нарушаться.

Другое дело, когда те же данные, представлены графиком. В этом случае сразу видна точка, в которой нарушается пропорциональность.

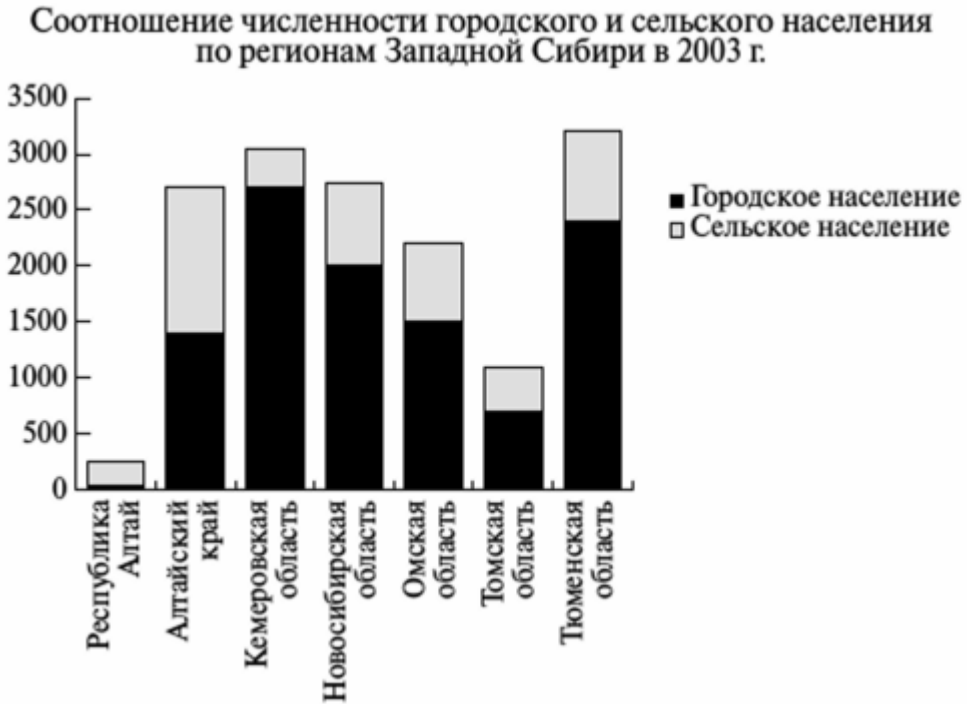
Графики позволяют также более наглядно проводить сравнение экспериментальных данных с теоретической кривой. Нанося результаты измерений на график, очень удобно следить за тем, как идет эксперимент.

Зачем используют графики?

В-третьих, графиками пользуются в экспериментальной работе, чтобы установить эмпирическое соотношение между двумя величинами. Например, градуируя свой термометр по какому-либо образцовому прибору, мы определяем поправку как функцию показаний термометра. На графике через полученные точки проводим плавную кривую, которой и пользуемся для введения поправки в показаниях термометра.



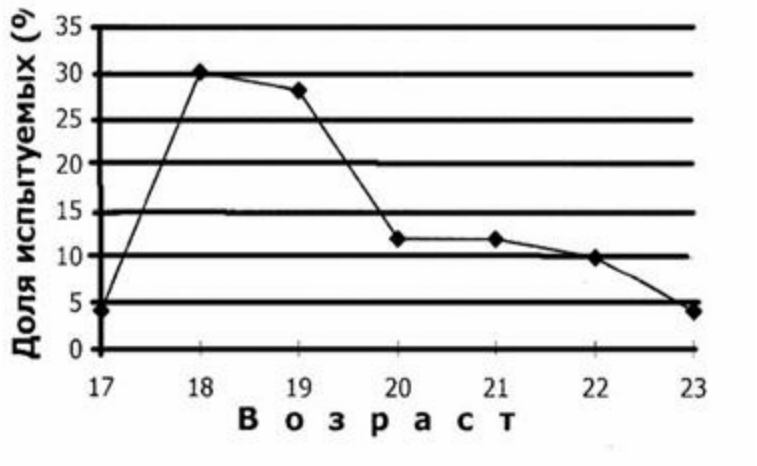
Гистограмма



Гистограмма – это «столбчатая» диаграмма частотного распределения признака на выборке. При построении гистограмм на оси абсцисс откладывают значения измеряемой величины, а на оси ординат – частоты или относительные частоты встречаемости данного диапазона величины в выборке.

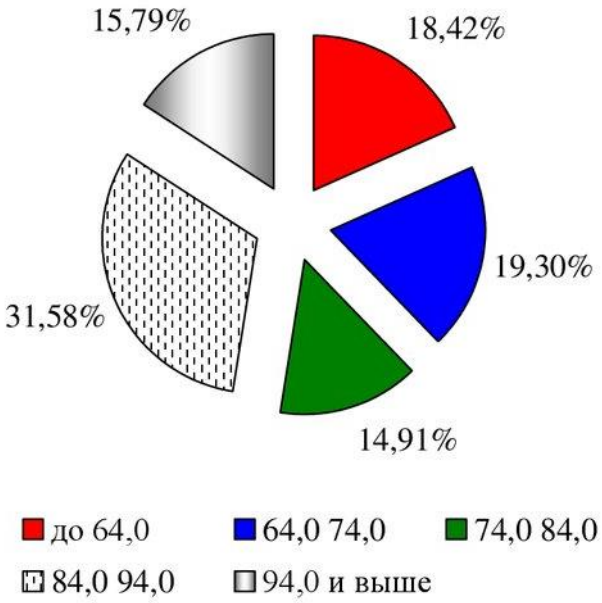
Полигон распределения

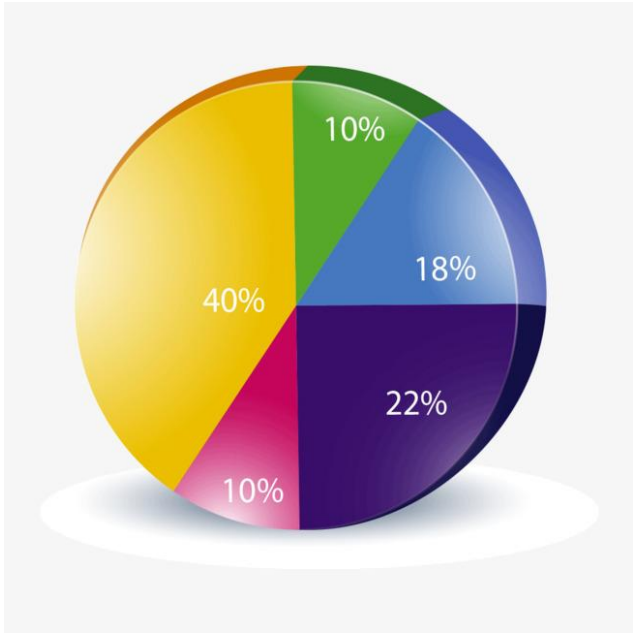
В ***полигоне распределения*** количество испытуемых, имеющих данную величину признака (или попавших в определенный интервал величины), обозначают точкой с координатами. Точки соединяются отрезками прямой. Перед тем как строить полигон распределения или гистограмму, исследователь должен разбить диапазон измеряемой величины, если признак дан в шкале интервалов или отношений, на равные отрезки. Рекомендуют использовать не менее пяти, но не более десяти градаций. В случае использования шкалы наименований или порядковой шкалы такой проблемы не возникает.



Диаграмма

Если исследователь хочет нагляднее представить соотношение между различными величинами, например доли испытуемых с разными качественными особенностями, то ему выгоднее использовать ***диаграмму.*** В секторной круговой диаграмме величина каждого сектора пропорциональна величине встречаемости каждого типа. Величина круговой диаграммы может отображать относительный объем выборки или значимость признака.



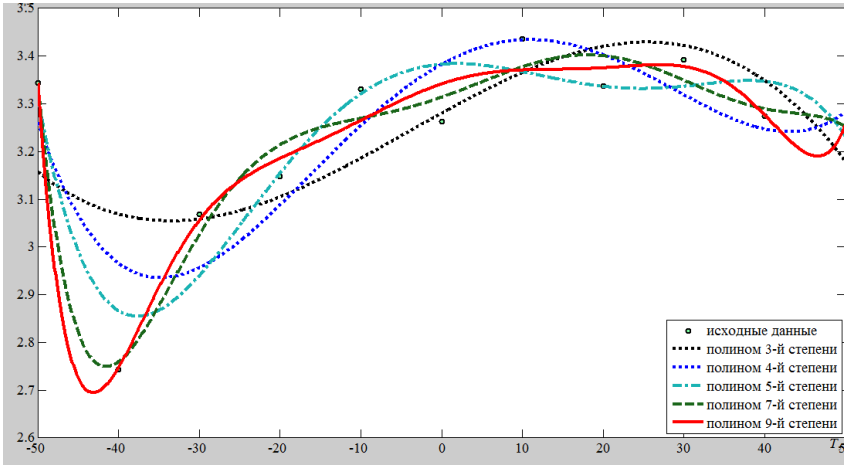


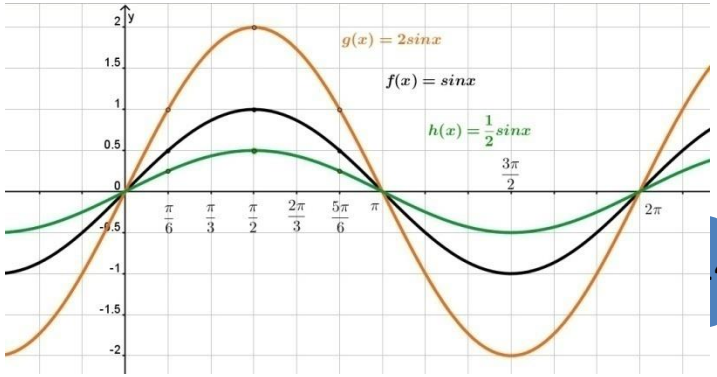
Графики

Переходным от графического к аналитическому вариантом отображения информации являются в первую очередь ***графики,*** представляющие функциональную зависимость признаков. Идеальный вариант завершения экспериментального исследования – обнаружение функциональной связи независимой и зависимой переменных, которую можно описать аналитически.

Можно выделить два различных по содержанию типа графиков:

1) отображающие зависимость изменения параметров во времени;
2) отображающие связь независимой и зависимой переменных (или любых двух других переменных).





Основные требования, предъявляемые к построению графиков

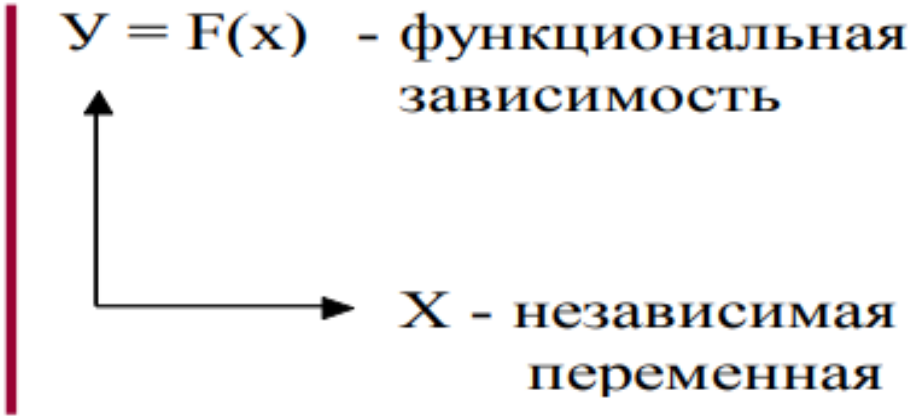
1. На координатных осях должны быть указаны обозначения (наименования) откладываемых величин и единицы их измерения.

2. Начало координат выбирают таким образом, чтобы площадь графика была использована максимально. Поэтому начало координат может не совпадать с нулевым значением на одной или обеих координатных осях.

3. Экспериментальные точки изображаются четко и крупно в виде кружков, крестиков, квадратов, ромбов и т. п.

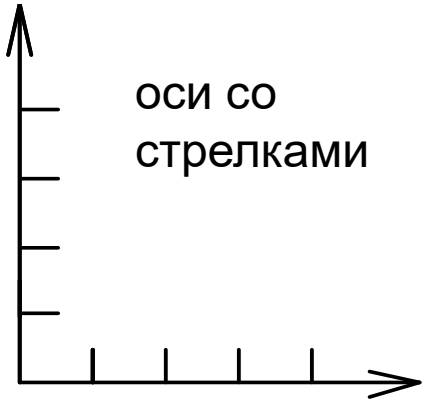
4. Масштабные деления на координатных осях следует наносить равномерно. Координаты экспериментальных точек на осях не указывают, и линии, определяющие эти координаты, не проводят.

Первое обязательное правило при оформлении графика:

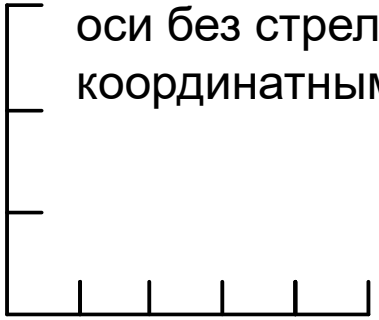


Х - независимая переменная - откладывается по оси абсцисс, У = F(X) - функциональная зависимость - по оси ординат.

Построение графика в прямоугольной системе координат



оси со стрелками

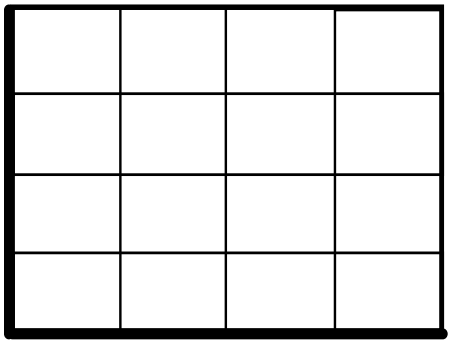


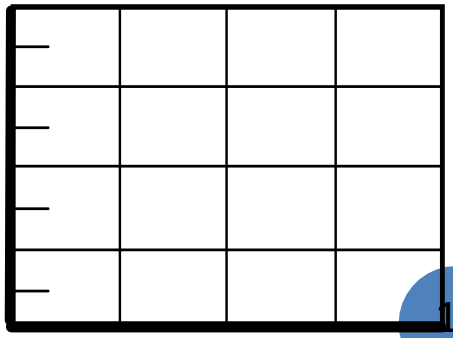
оси без стрелок - оканчиваются координатными штрихами

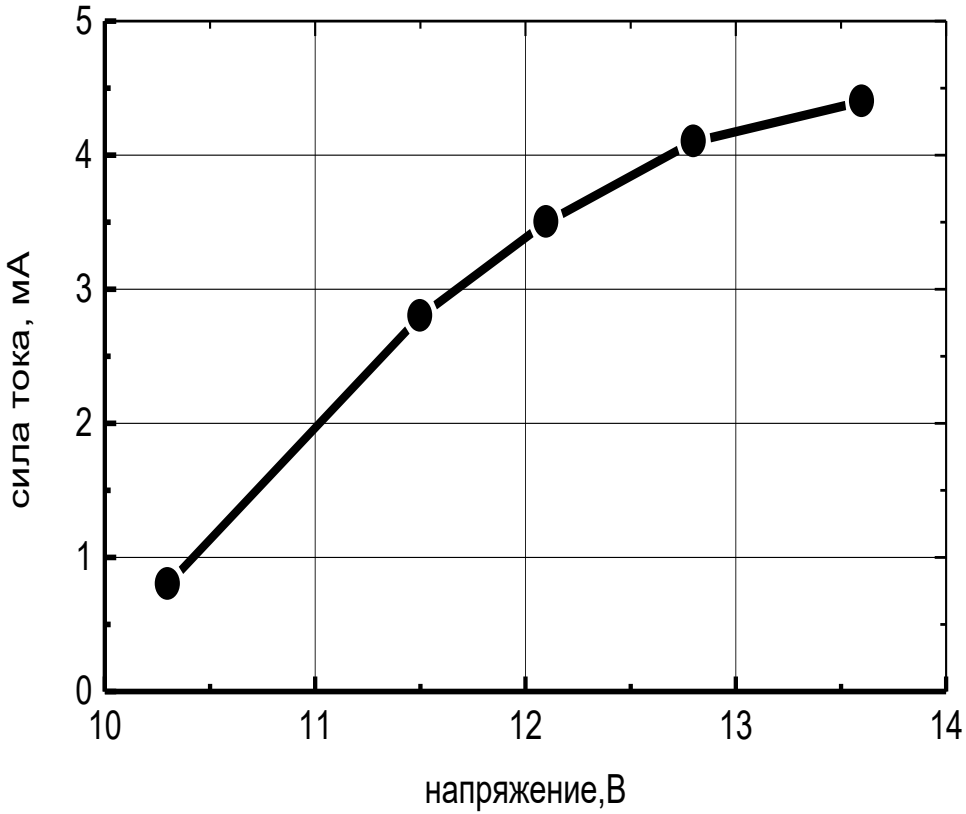


дополнительные оси для диаграмм, изображающие несколько функций в разных масштабах

координатная сетка (можно с дополнительными штрихами).

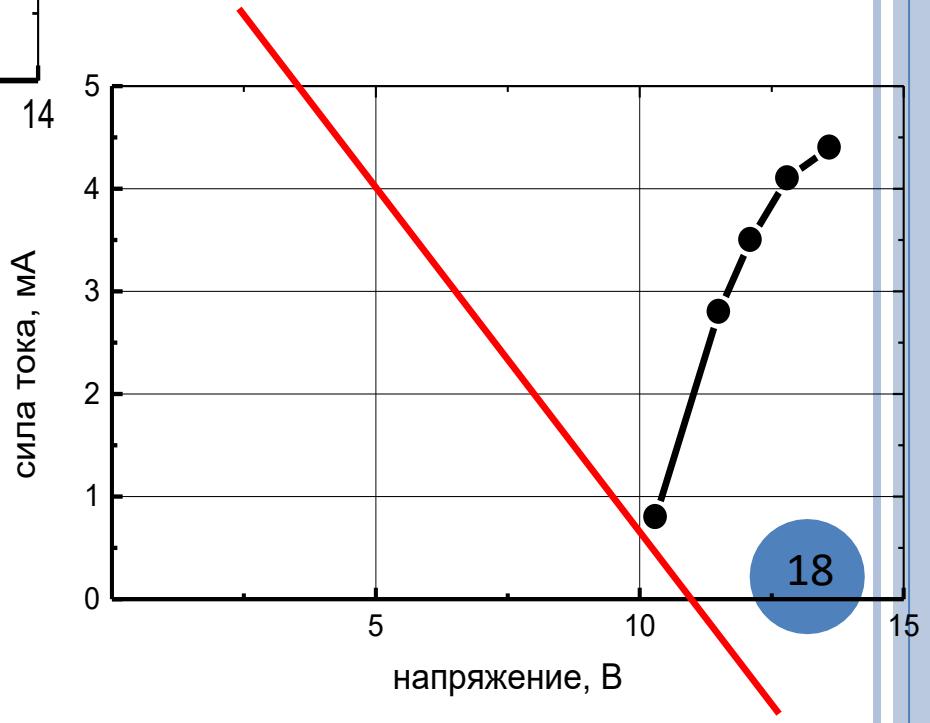






Выбор и нанесение масштаба

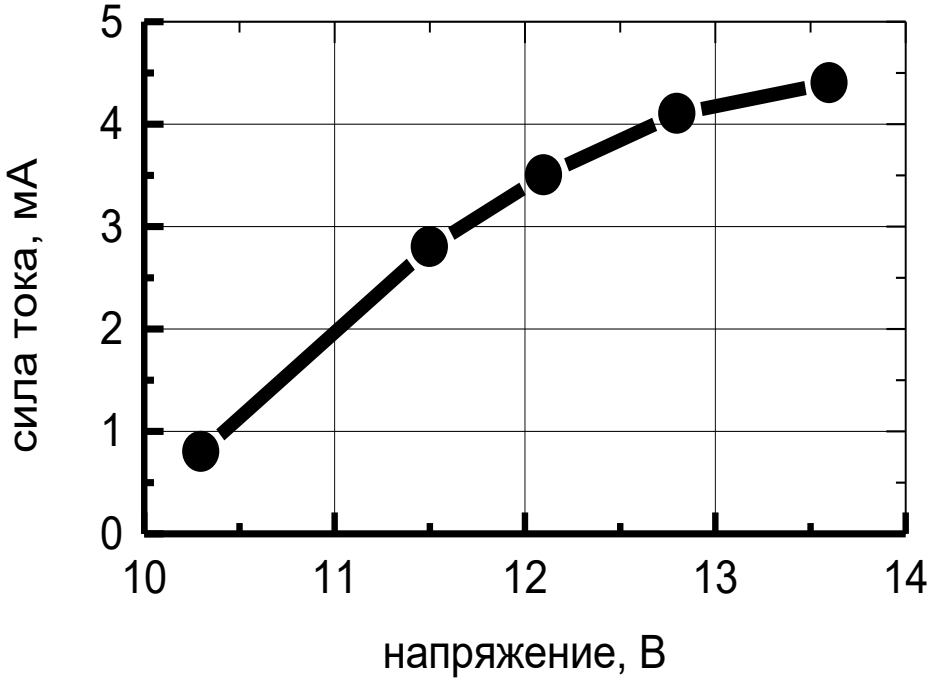
Координатные оси и сетку наносят только в тех областях, где будет построен график.

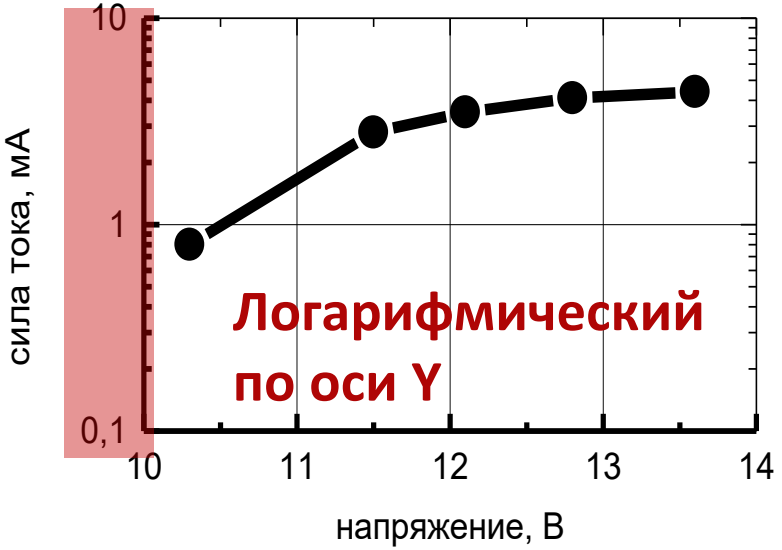


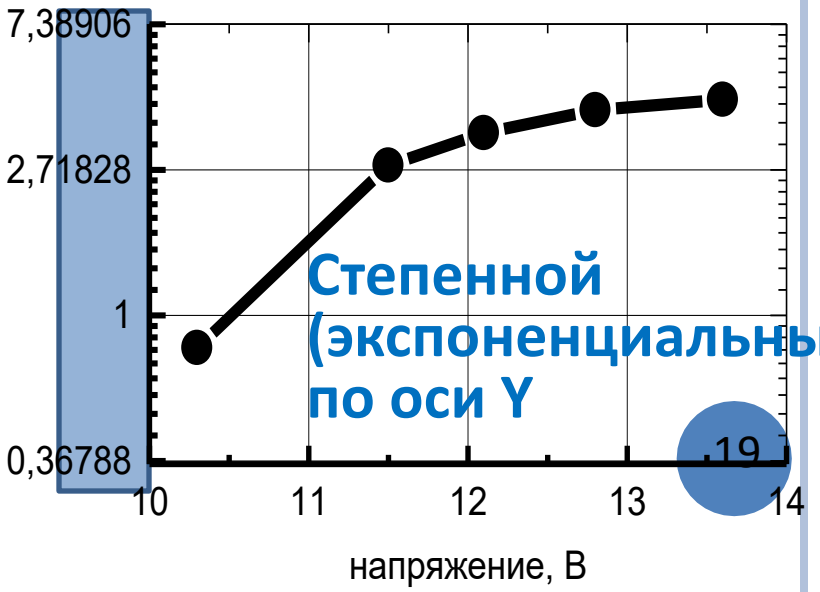
Выбор и нанесение масштаба

Функциональный масштаб

Равномерный масштаб



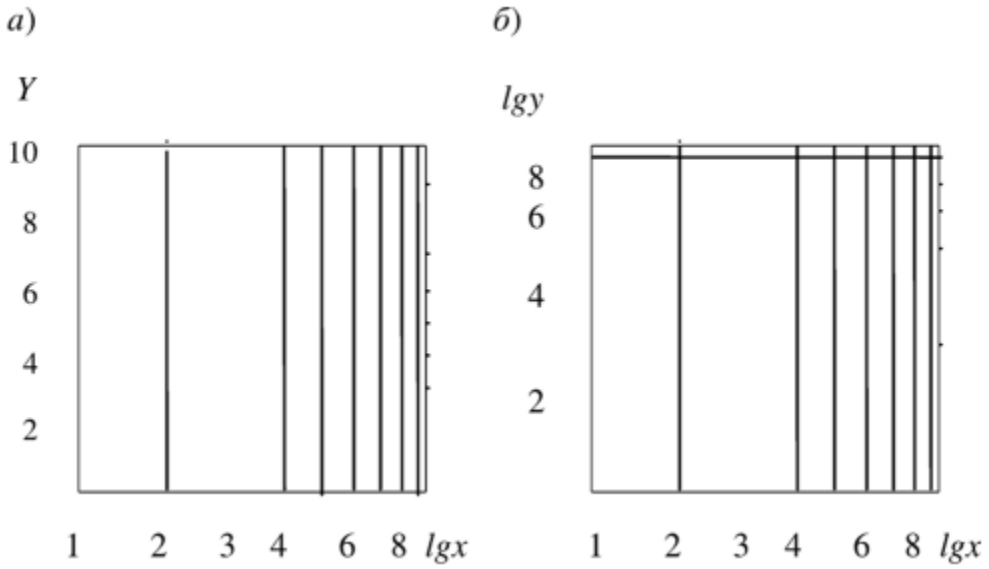




Координатные сетки бывают равномерными и неравномерными. У равномерных координатных сеток ординаты и абсциссы имеют равномерную шкалу (например, прямоугольные координаты).

Из неравномерных координатных сеток наиболее распространены *полулогарифмические*, *логарифмические*, *вероятностные*.

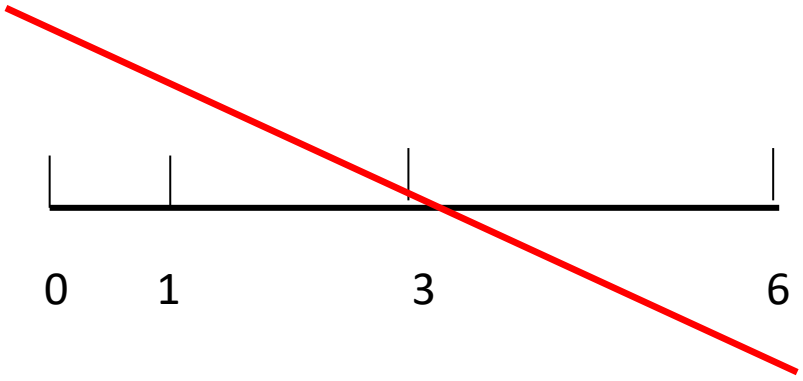
Полулогарифмическая сетка имеет равномерную ординату и логарифмическую абсциссу

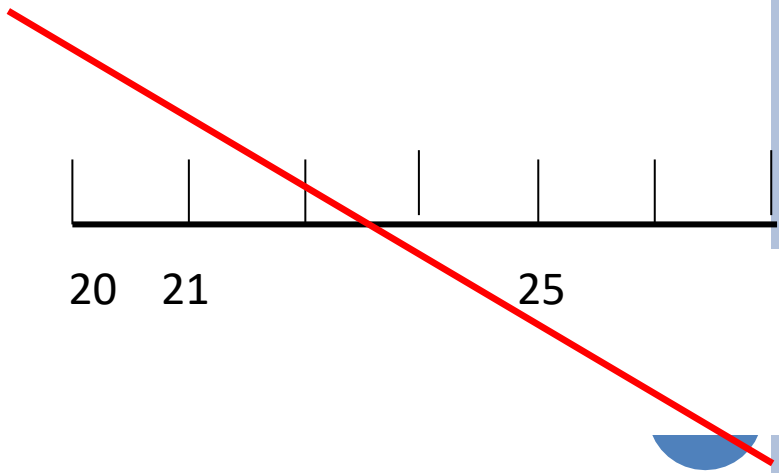


Координатные сетки: полулогарифмическая (а) и логарифмическая (б)

Некоторые ошибки, которые часто допускают:

Для равномерного масштаба штрихи и подписи к штрихам наносят строго равномерно, первое и последнее деления должны быть подписаны.

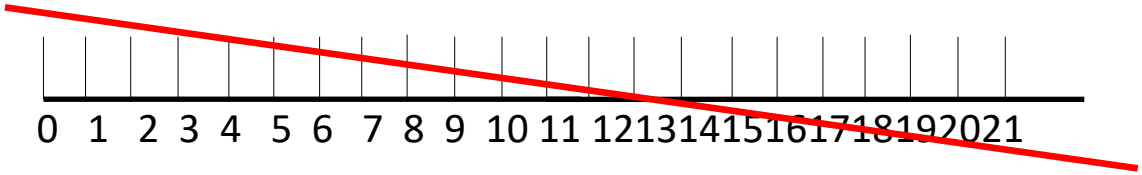




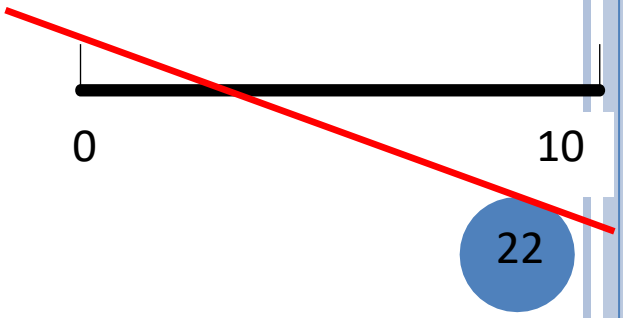
- Ось - ваша рабочая линейка. По ней должно быть удобно считывать значения.

На осях обычно делают 5 – 10 рисок, рядом с рисками наносят их числовые значения. *Измеренные значения на шкалы не наносят.*

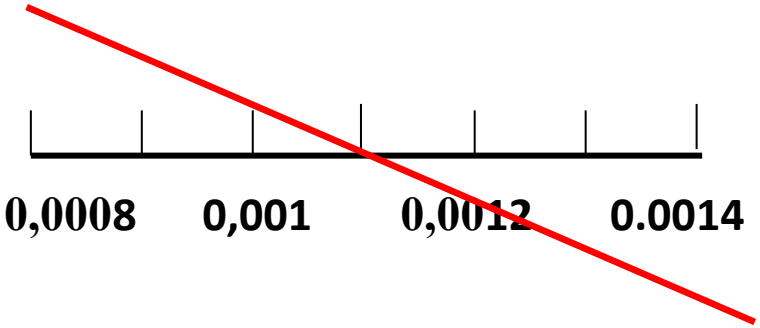
Значения подписаны слишком часто

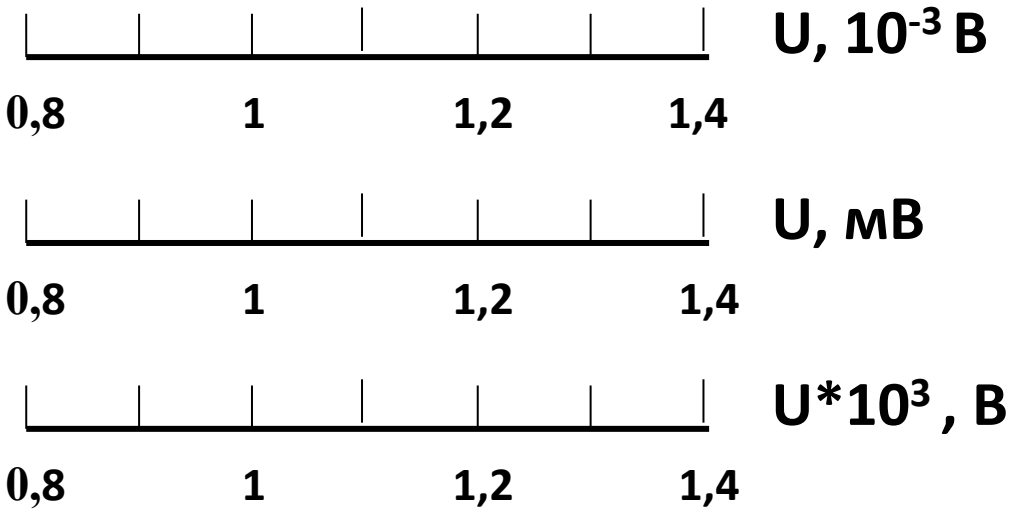


слишком редко



- Множитель (кратный 10^3) выносим к единицам измерения или к обозначению измеряемой величины:





Обозначения переменных величин и их единиц измерения

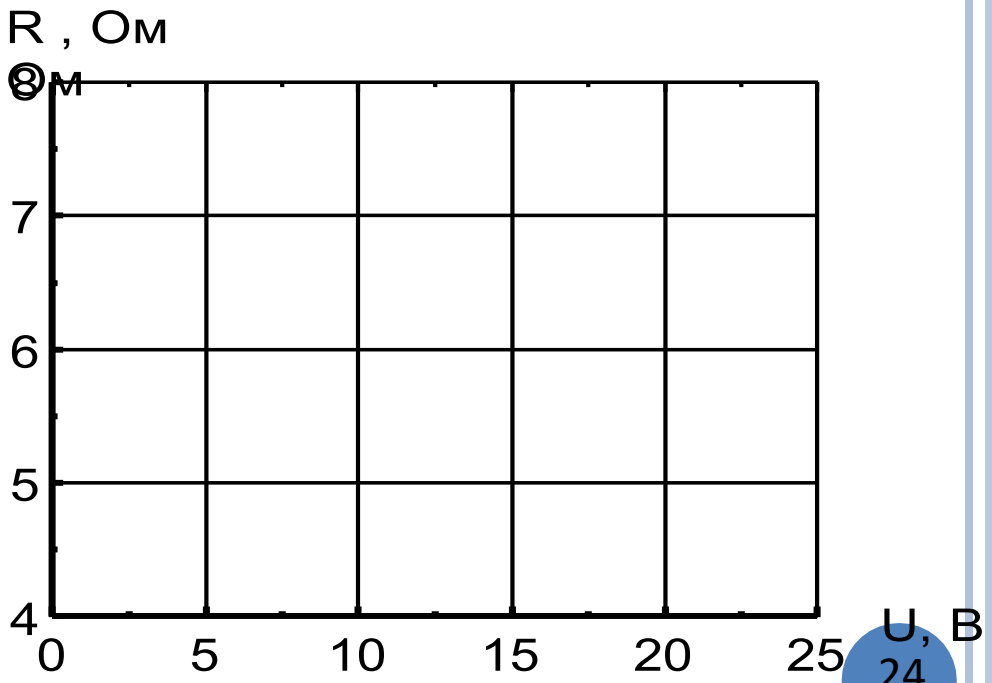
Символом (*R, C, U*).

Это удобно, когда символы общепринятые, или поясняются в тексте.

Символ можно поставить:

- **в конце шкалы**

Единицы измерения надо обозначить сразу после символа через запятую.



Обозначения переменных величин и их единиц измерения

Наименованием



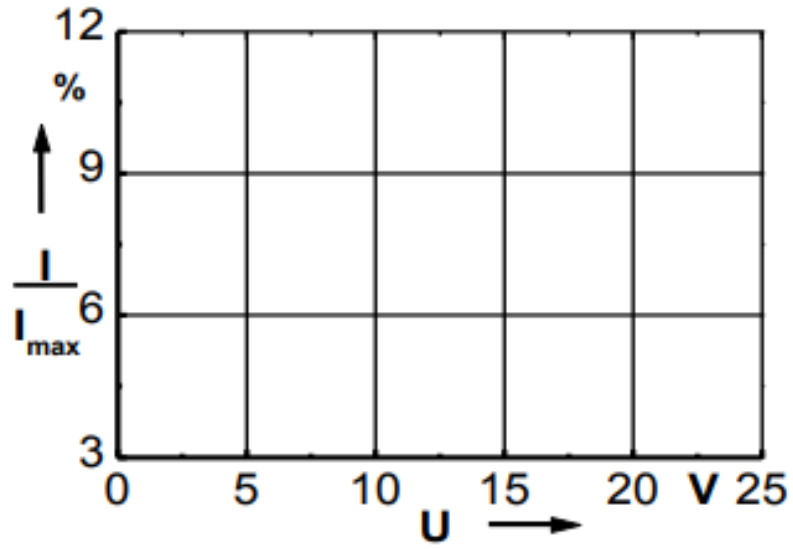
или наименованием и символом - то есть непосредственно написать словами, что отложено по осям. Располагают надпись ***вдоль оси, по центру.***

По разным осям можно использовать различные обозначения

Обозначения переменных величин и их единиц измерения

3. **Математическим выражением**

(например, sin(wt), I/Imax) - по центру шкалы.

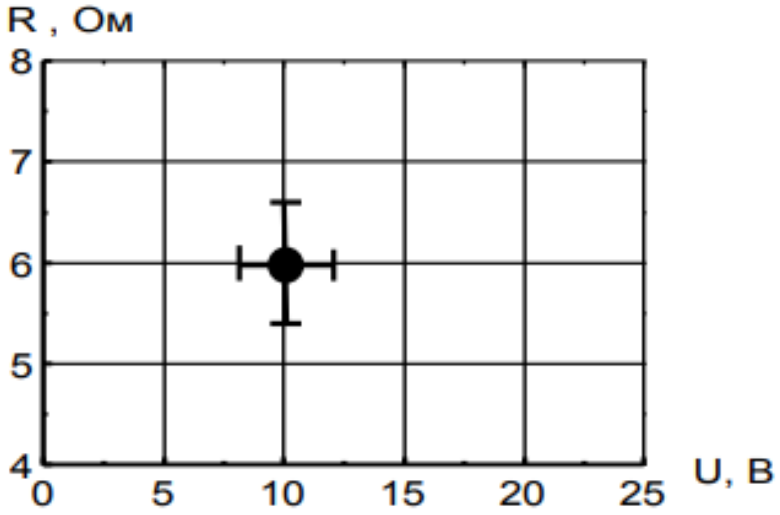


Обозначения в виде символов и математических выражений следует располагать ***горизонтально***.

По разным осям можно использовать различные обозначения

Нанесение экспериментальных точек

Погрешности измерения каждой точки указываются отрезками, длина которых равна величине ошибки.



Например, на рисунке нанесена точка:
U = 9±2 В,
R = 6,0 ±0,7 Ом.

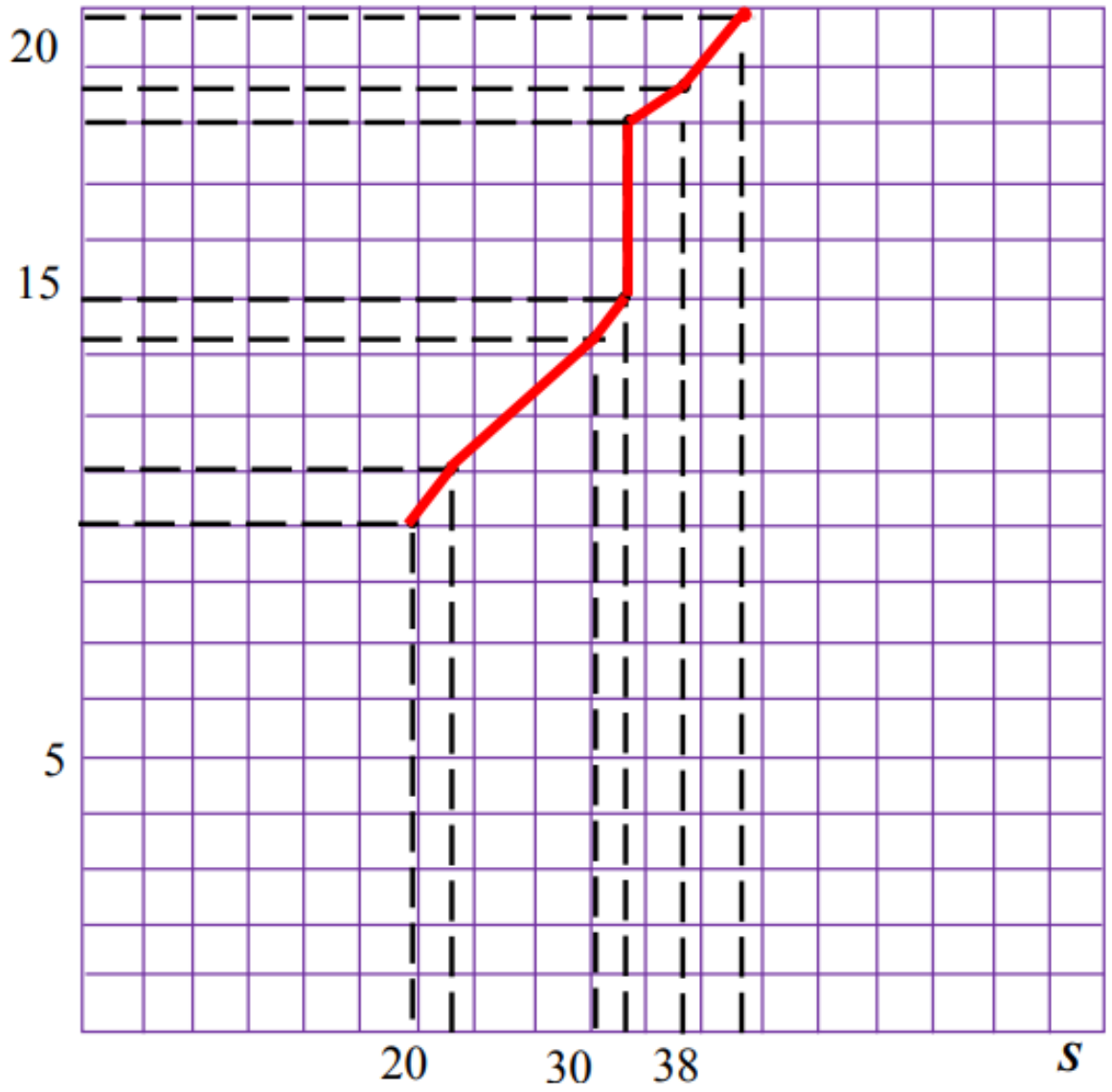
Наиболее типичные
ошибки при построении графиков

Пусть требуется построить график зависимости пути от времени S = F(t) для равномерно движущегося тела. Результаты измерений длины пути S, пройденного телом, в разные моменты времени t приведены в табл.

Результаты измерения длины пути S и времени t

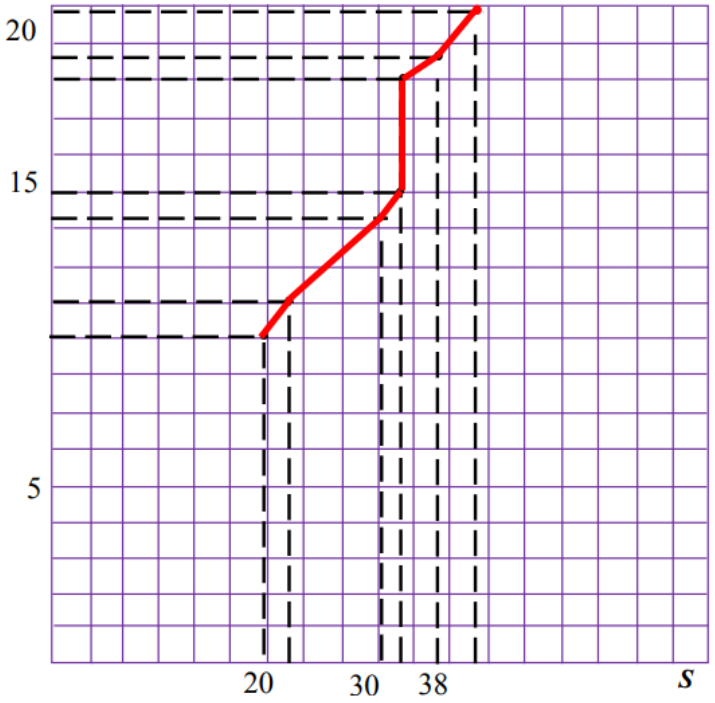
t, с	10	12	14	15	16	18	19	22
S, м	20	23	30	31	34	34	38	43

Наиболее типичные ошибки при построении графиков



Пример несоблюдения требований к построению графика

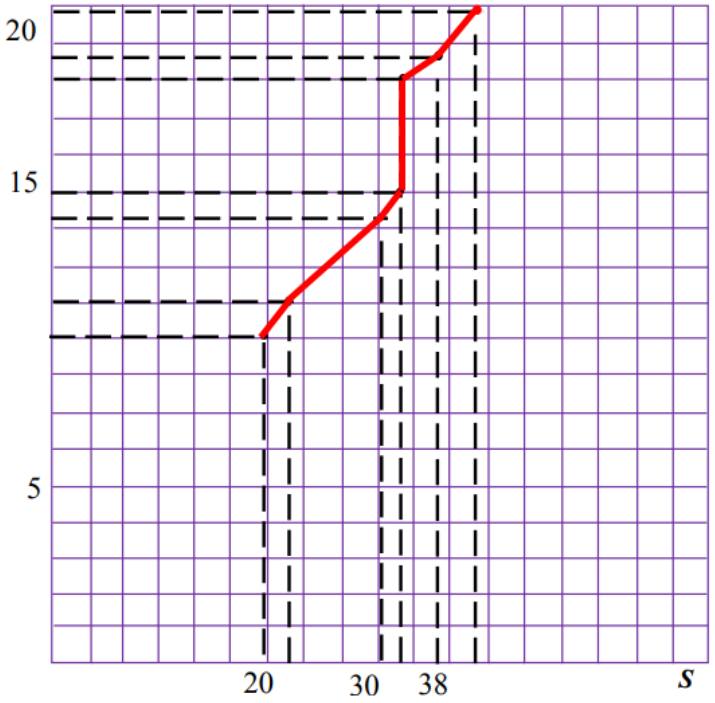
Наиболее типичные ошибки при построении графиков



Пример несоблюдения требований к построению графика

1. Неправильно выбраны направления осей координат: время t является независимой переменной (аргументом) и должно быть отложено по оси абсцисс (по горизонтали), а зависимая переменная (функция) – путь S – по оси ординат (по вертикали).
2. На оси ординат **не указана отложенная величина** (время t) и **единицы ее измерения** (с), а на оси абсцисс – единицы измерения пути (м).

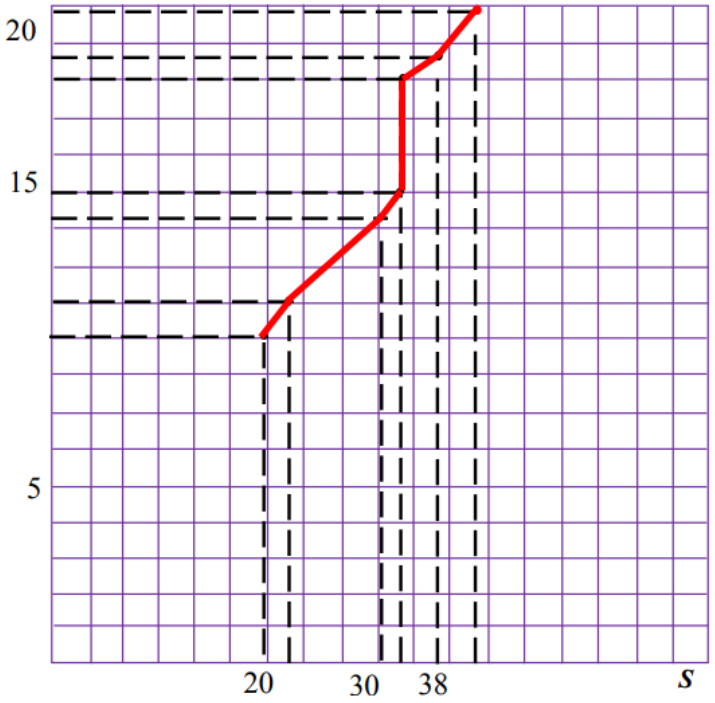
Наиболее типичные ошибки при построении графиков



Пример несоблюдения требований к построению графика

1. Неправильно выбраны направления осей координат: время t является независимой переменной (аргументом) и должно быть отложено по оси абсцисс (по горизонтали), а зависимая переменная (функция) – путь S – по оси ординат (по вертикали).
2. На оси ординат не указана отложенная величина (время t) и единицы ее измерения (с), а на оси абсцисс – единицы измерения пути (м).
3. **Площадь графика использована не полностью.** Из экспериментальных данных, приведенных в табл., не следует, что оси координат должны начинаться с нулевого значения, поэтому начало координат можно сместить и за счет этого увеличить масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат.

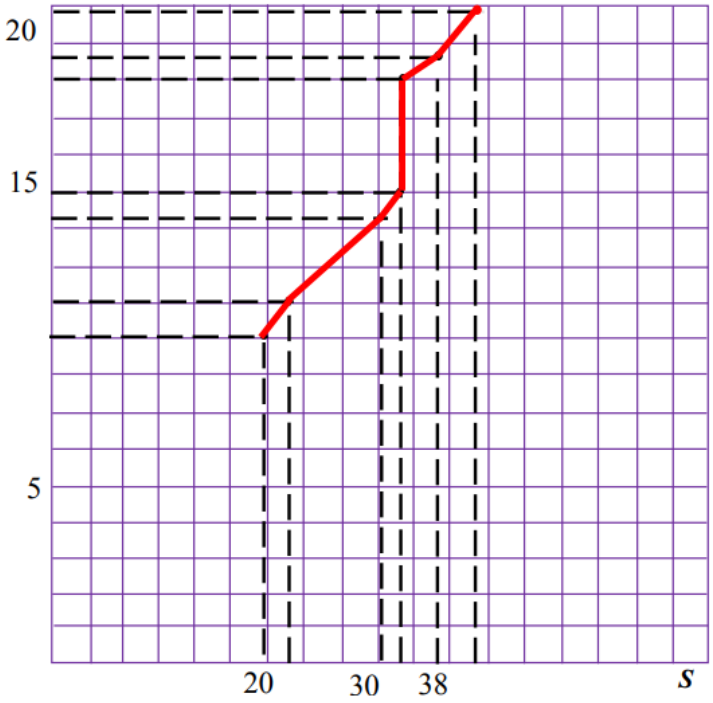
Наиболее типичные ошибки при построении графиков



Пример несоблюдения требований к построению графика

1. Неправильно выбраны направления осей координат: время t является независимой переменной (аргументом) и должно быть отложено по оси абсцисс (по горизонтали), а зависимая переменная (функция) – путь S – по оси ординат (по вертикали).
2. На оси ординат не указана отложенная величина (время t) и единицы ее измерения (с), а на оси абсцисс – единицы измерения пути (м).
3. Площадь графика использована не полностью. Из экспериментальных данных, приведенных в табл. 5, не следует, что оси координат должны начинаться с нулевого значения, поэтому начало координат можно сместить и за счет этого увеличить масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат.
4. **Экспериментальные точки не выделены.**

Наиболее типичные ошибки при построении графиков



Пример несоблюдения требований к построению графика

1. Неправильно выбраны направления осей координат: время t является независимой переменной (аргументом) и должно быть отложено по оси абсцисс (по горизонтали), а зависимая переменная (функция) – путь S – по оси ординат (по вертикали).
2. На оси ординат не указана отложенная величина (время t) и единицы ее измерения (с), а на оси абсцисс – единицы измерения пути (м).
3. Площадь графика использована не полностью. Из экспериментальных данных, приведенных в табл. 5, не следует, что оси координат должны начинаться с нулевого значения, поэтому начало координат можно сместить и за счет этого увеличить масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат.
4. Экспериментальные точки не выделены.
5. На оси абсцисс **нанесены не масштабные деления**, а координаты некоторых экспериментальных точек, по оси ординат масштабные деления нанесены неравномерно.

Наиболее типичные ошибки при построении графиков

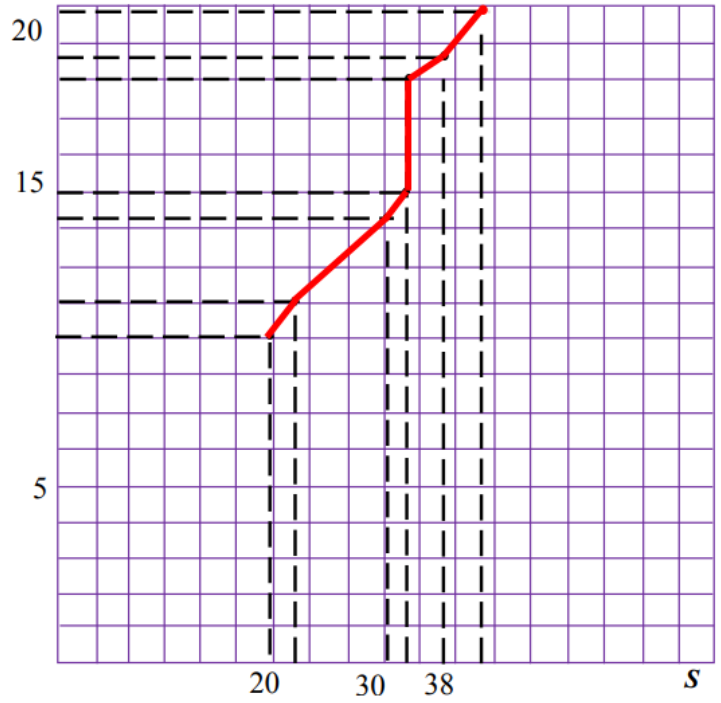


Рис. 16. Пример несоблюдения требований к построению графика

1. Неправильно выбраны направления осей координат: время t является независимой переменной (аргументом) и должно быть отложено по оси абсцисс (по горизонтали), а зависимая переменная (функция) – путь S – по оси ординат (по вертикали).
2. На оси ординат не указана отложенная величина (время t) и единицы ее измерения (с), а на оси абсцисс – единицы измерения пути (м).
3. Площадь графика использована не полностью. Из экспериментальных данных, приведенных в табл. 5, не следует, что оси координат должны начинаться с нулевого значения, поэтому начало координат можно сместить и за счет этого увеличить масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат.
4. Экспериментальные точки не выделены.
5. На оси абсцисс нанесены не масштабные деления, а координаты некоторых экспериментальных точек, по оси ординат масштабные деления нанесены неравномерно.
6. Благодаря неправильно выбранному началу координат и неудачному (слишком мелкому) масштабу **график сжат** по оси абсцисс и **его чтение затруднено**.

Наиболее типичные ошибки при построении графиков

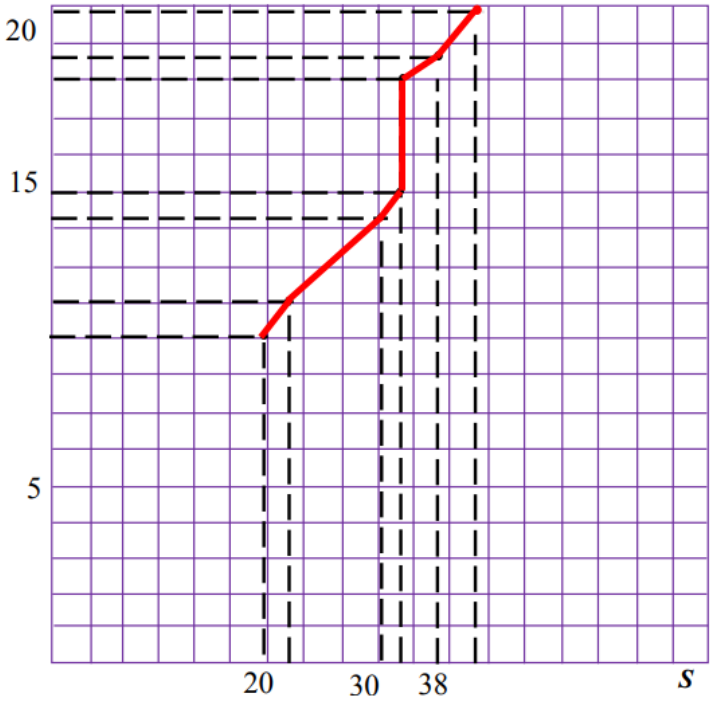


Рис. 16. Пример несоблюдения требований к построению графика

1. Неправильно выбраны направления осей координат: время t является независимой переменной (аргументом) и должно быть отложено по оси абсцисс (по горизонтали), а зависимая переменная (функция) – путь S – по оси ординат (по вертикали).
2. На оси ординат не указана отложенная величина (время t) и единицы ее измерения (с), а на оси абсцисс – единицы измерения пути (м).
3. Площадь графика использована не полностью. Из экспериментальных данных, приведенных в табл. 5, не следует, что оси координат должны начинаться с нулевого значения, поэтому начало координат можно сместить и за счет этого увеличить масштаб как по оси абсцисс, так и по оси ординат.
4. Экспериментальные точки не выделены.
5. На оси абсцисс нанесены не масштабные деления, а координаты некоторых экспериментальных точек, по оси ординат масштабные деления нанесены неравномерно.
6. Благодаря неправильно выбранному началу координат и неудачному (слишком мелкому) масштабу график сжат по оси абсцисс и его чтение затруднено.
7. **Неправильно соединены экспериментальные точки**: зависимость пути от времени при равномерном движении заведомо линейна, и график должен представлять прямую линию, расположенную как можно ближе к экспериментальным точкам.

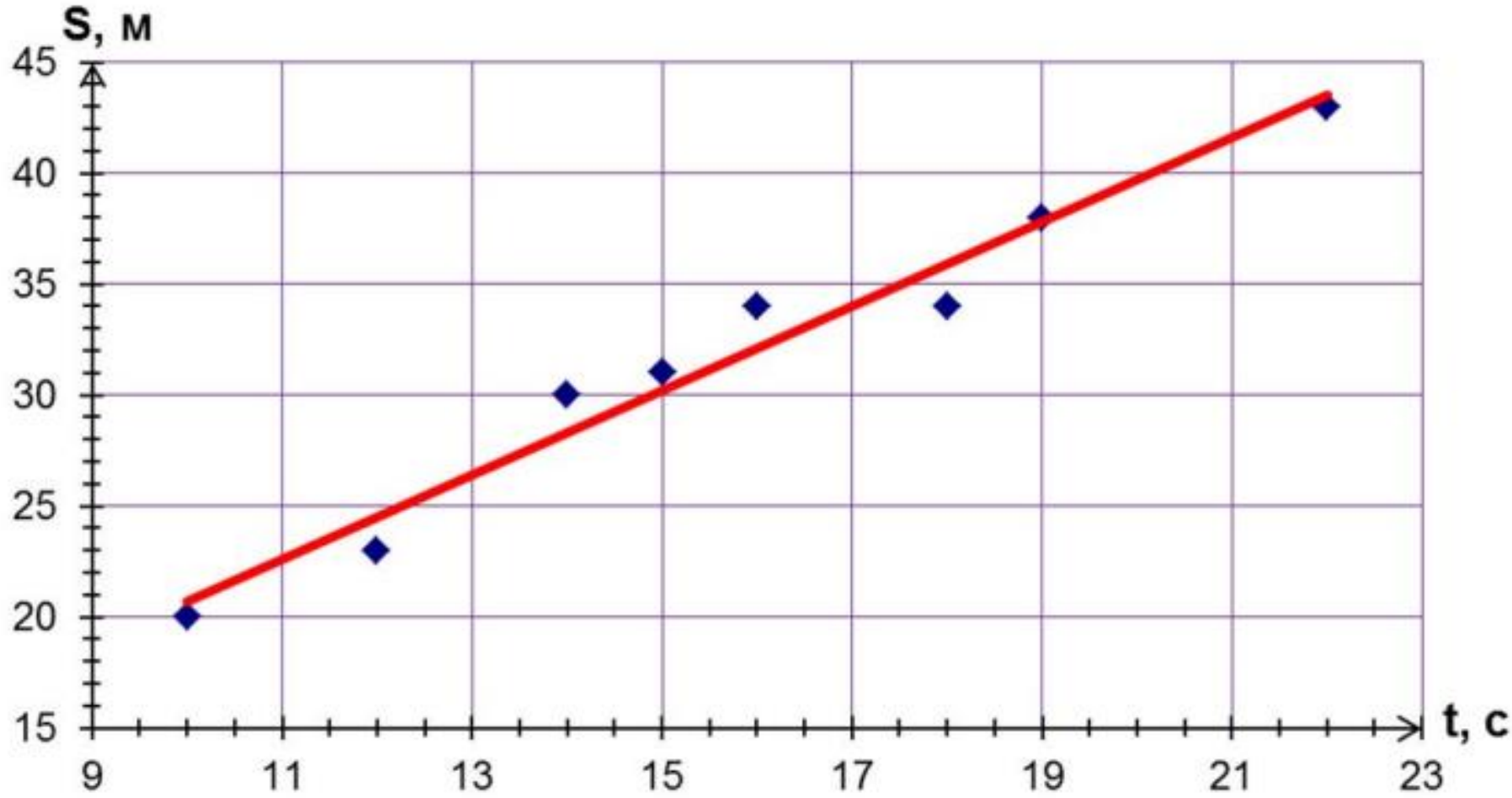


Рис. 17. Пример соблюдения требований к построению графика

Учитывая, что экспериментальные данные содержат определенную случайную погрешность, кривую (прямую), изображающую экспериментальную зависимость, следует проводить не по экспериментальным точкам, а вблизи от них – так, чтобы количество экспериментальных точек по обе стороны от кривой было одинаковым. В большинстве случаев кривая должна быть гладкой.

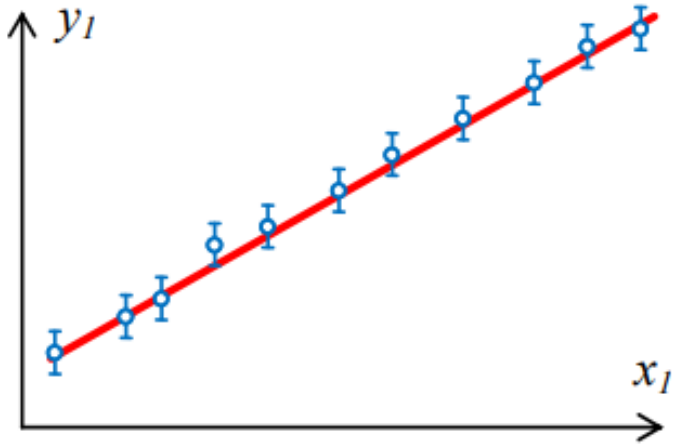


График зависимости $y_1 = F_1(x_1)$ с указанием погрешности измерений физической величины y_1

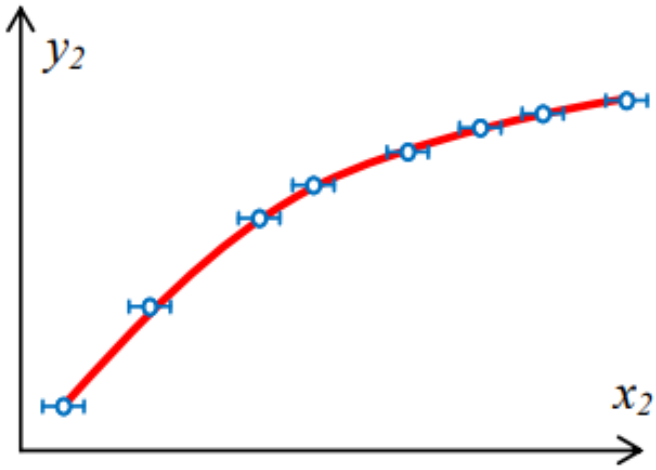


График зависимости $y_2 = F_2(x_2)$ с указанием погрешности измерений физической величины x_2

Построение линии функциональной зависимости по экспериментальным точкам

Поскольку измерения были проведены с погрешностями, то нельзя соединять отрезками нанесенные точки или проводить кривую точно по точкам: надо провести плавную кривую (наиболее простой формы) в пределах ошибок измерений. При этом придерживаются следующих правил:

1. *Если известна теоретическая зависимость – построить ее на графике (провести аналогичную кривую через экспериментальные точки). В подписи к графику обязательно укажите, что кривая – это теоретическая зависимость (указать, какая).*
2. *Если теоретическая зависимость не известна, кривая должна быть как можно более простой (как можно меньше минимумов и максимумов, перегибов). Если возможно – проведите прямую (прямая – самая простая кривая). Каждый максимум и минимум на кривой, и даже каждый ее перегиб - это целое физическое явление (и каждое это явление вам придется объяснить).*

ПОЛУЧЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ЗАВИСИМОСТЕЙ, СВЯЗЫВАЮЩИХ ИЗМЕРЯЕМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Пусть в результате эксперимента получены следующие значения двух измеряемых величин: $y_1, y_2, y_3, \ldots, y_n$ и $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$, которые связаны некоторой функциональной зависимостью $y = F(x)$, вид которой (математическая формула) заранее не известен. ***На примере линейной зависимости рассмотрим несколько методов, позволяющих получить неизвестную аналитическую функцию (математическую формулу).***

Обязательные условия применения данного метода: начало отсчета горизонтальной оси должно совпадать с нулем; обе оси должны иметь равномерный масштаб.

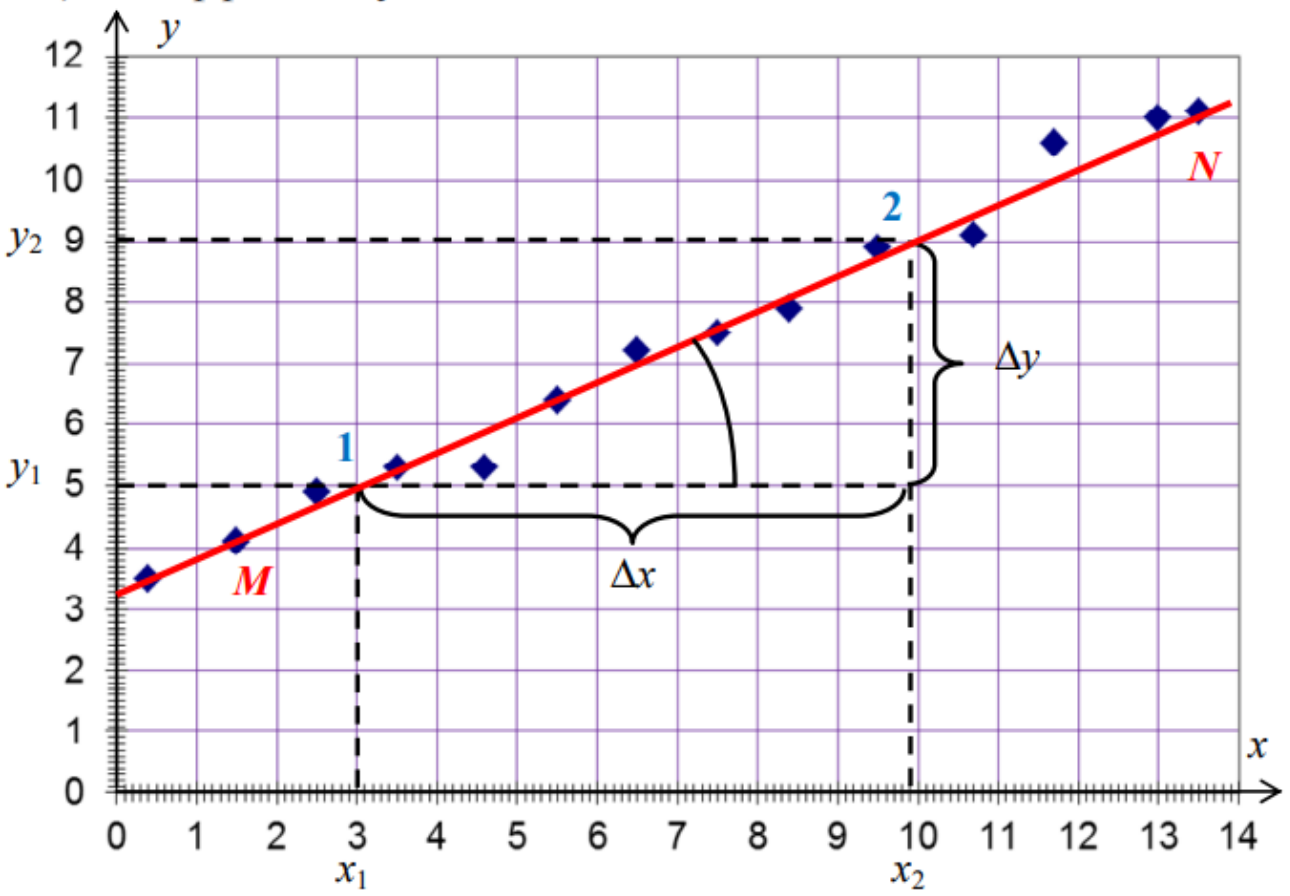
Исходные (например, полученные в результате измерений) значения величин x и y

x	0,4	**1,5**	2,5	3,5	4,6	5,5	6,5	7,5	8,4	9,5	10,7	11,7	13	**13,5**
y	3,5	**4,1**	4,9	5,3	5,3	6,4	7,2	7,5	7,9	8,9	9,1	10,6	11	**11,1**
		M												**N**

На построенном графике зависимости y = F(x) проведем предполагаемую (искомую) прямую до пересечения с осью ординат.

Прямая проводится по линейке на глаз как можно ближе к экспериментальным точкам.

На рис. приведен график, построенный по значениям, расположенным в табл.

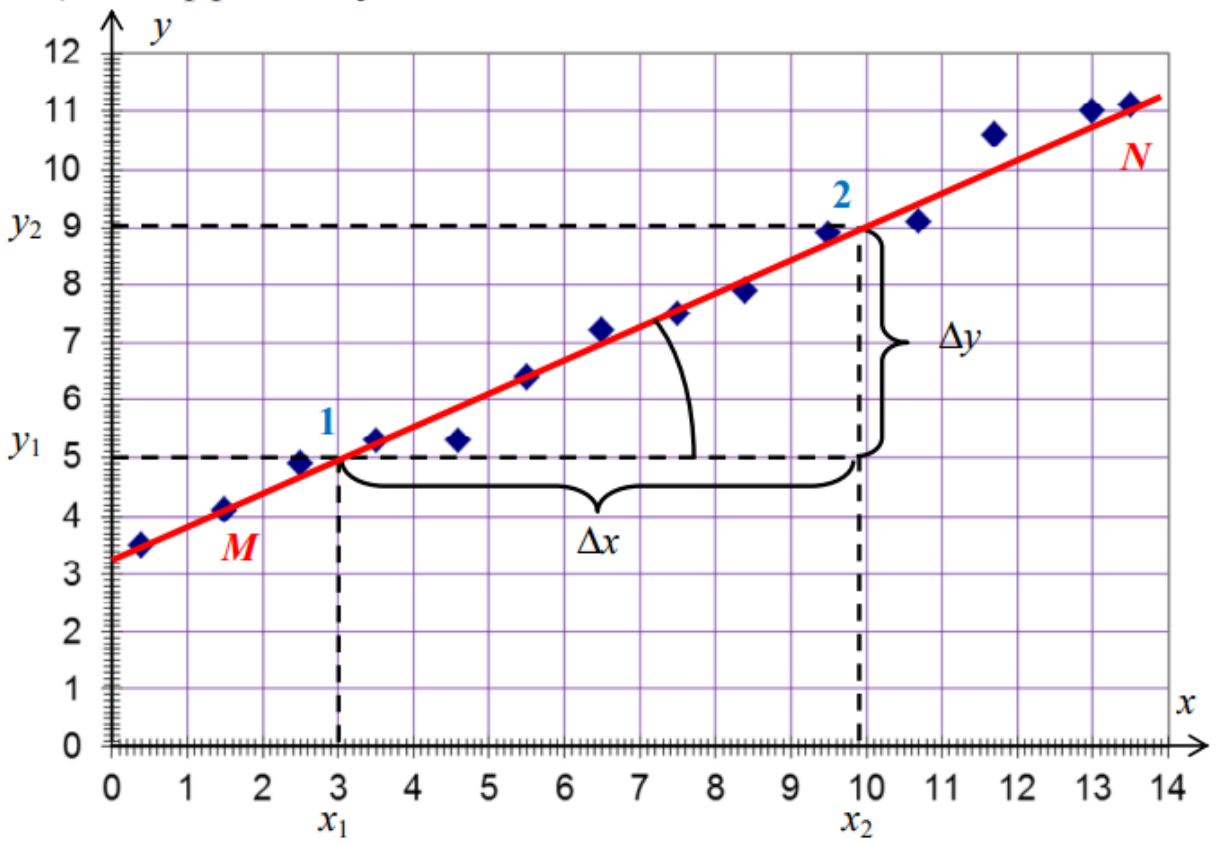


Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

Рассмотрим два способа определения неизвестных коэффициентов a и b на основе этого графика.

Способ 1.

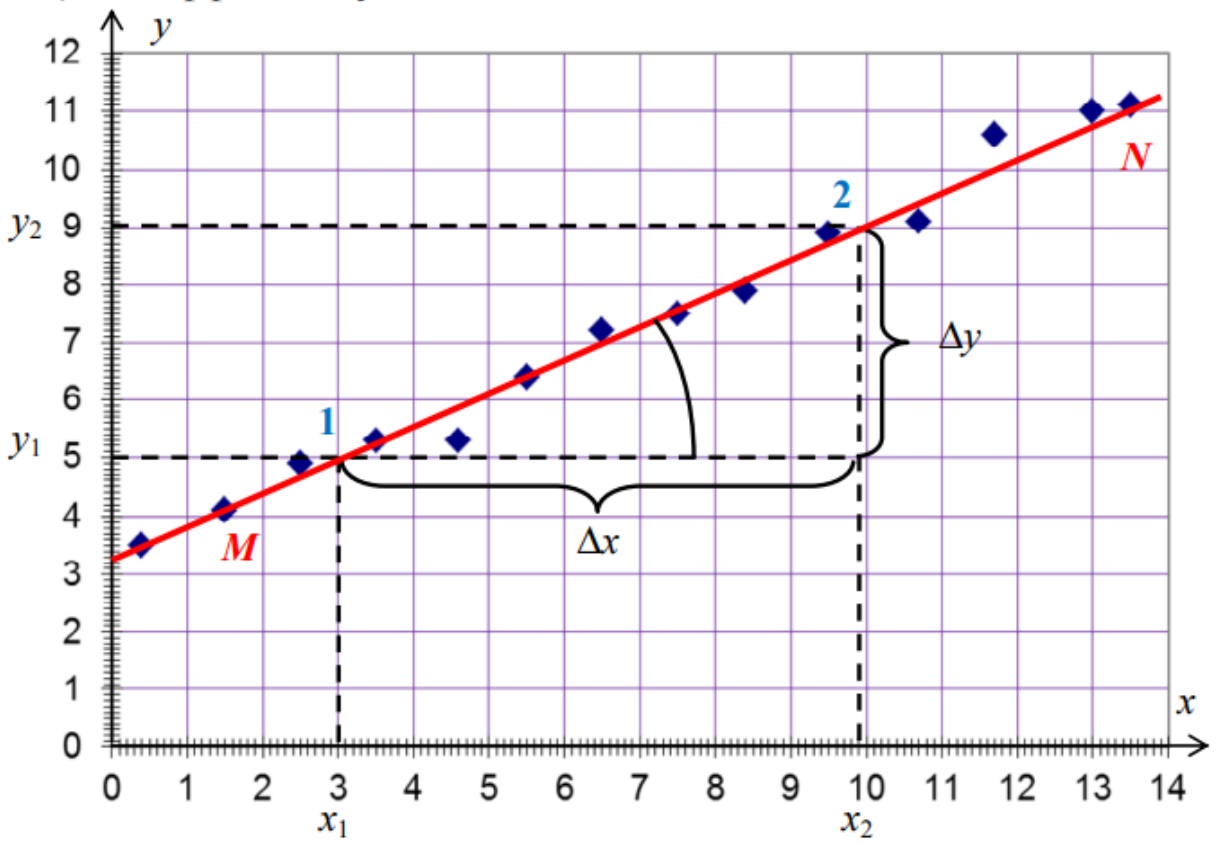
Из математического анализа известно, что **отрезок, отсекаемый искомой прямой от оси ординат, равен коэффициенту b**, а **тангенс угла наклона прямой по отношению к оси абсцисс** (с учетом масштаба) – **коэффициенту a**.



Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

Способ 1.

Из математического анализа известно, что отрезок, отсекаемый искомой прямой от оси ординат, равен коэффициенту b, а тангенс угла наклона прямой по отношению к оси абсцисс (с учетом масштаба) – коэффициенту a.

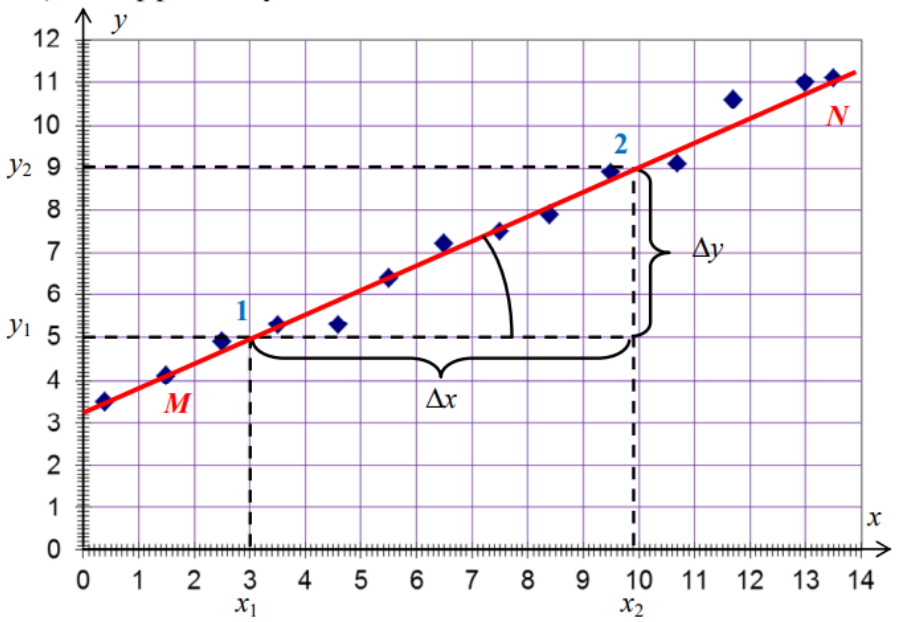


Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

Из рис. видно, что график пересекает вертикальную ось в точке с координатами (0; 3,2). Следовательно, b = 3,2.

Способ 1.

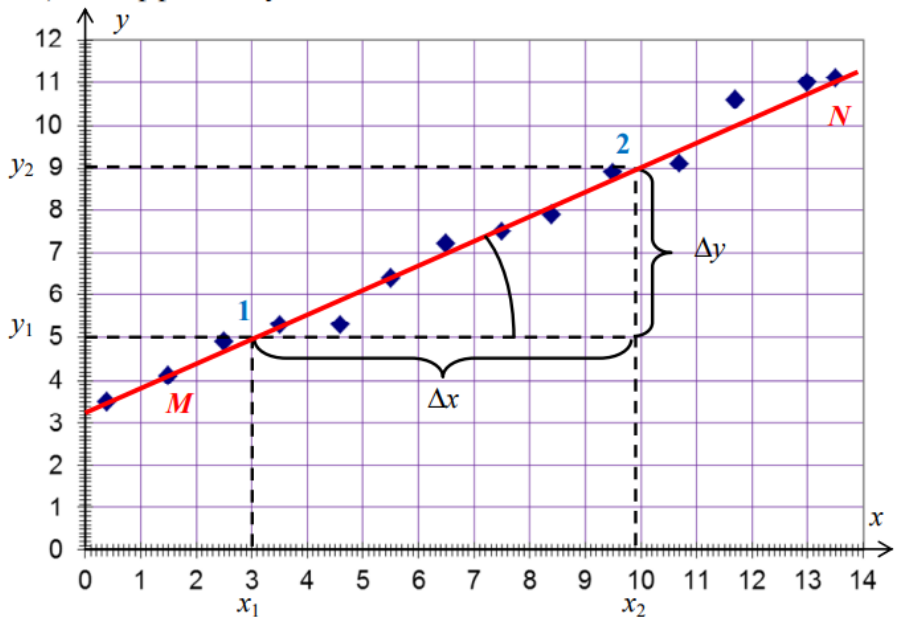
Для нахождения тангенса угла наклона нужно на построенном графике прямой выбрать две точки 1 и 2, расположенные достаточно далеко друг от друга, и определить их координаты (значения аргумента x_1, x_2 и функции y_1, y_2). Через точки 1 и 2 следует провести прямые, параллельные осям. В результате получится прямоугольный треугольник, длины катетов которого равны $\Delta x = x_2 - x_1$ и $\Delta y = y_2 - y_1$ соответственно, а гипотенуза лежит на графике (на искомой прямой). Тогда тангенс угла между графиком и проведенной через точку 1 горизонтальной прямой (параллельной оси абсцисс) равен отношению противолежащего по отношению к этому углу катета Δy к прилежащему катету Δx.



Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

Способ 1.

Для нахождения тангенса угла наклона нужно на построенном графике прямой выбрать две точки 1 и 2, расположенные достаточно далеко друг от друга, и определить их координаты (значения аргумента x_1, x_2 и функции y_1, y_2). Через точки 1 и 2 следует провести прямые, параллельные осям. В результате получится прямоугольный треугольник, длины катетов которого равны $\Delta x = x_2 - x_1$ и $\Delta y = y_2 - y_1$ соответственно, а гипотенуза лежит на графике (на искомой прямой). Тогда тангенс угла между графиком и проведенной через точку 1 горизонтальной прямой (параллельной оси абсцисс) равен отношению противолежащего по отношению к этому углу катета Δy к прилежащему катету Δx.



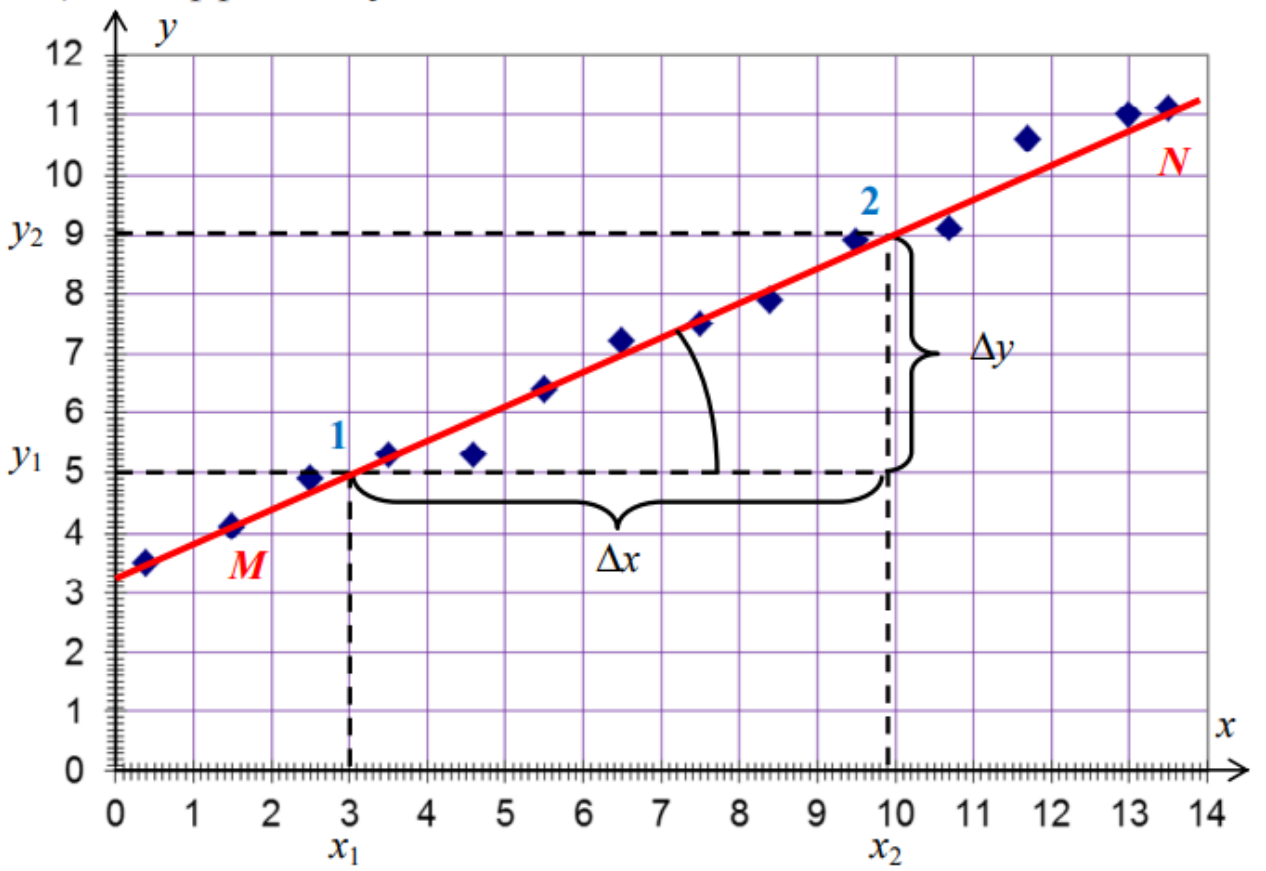
. Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

Следовательно, и коэффициент a равен отношению этих катетов:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Способ 1.

Для уменьшения погрешности вычислений коэффициента a точки 1 и 2 выбирают так, чтобы одно из значений ($\Delta x = x_2 - x_1$ или $\Delta y = y_2 - y_1$) содержало целое количество делений соответствующей оси в выбранном масштабе. Например, $y_1 = 5{,}0$, $y_2 = 9{,}0$. Тогда из рисунка

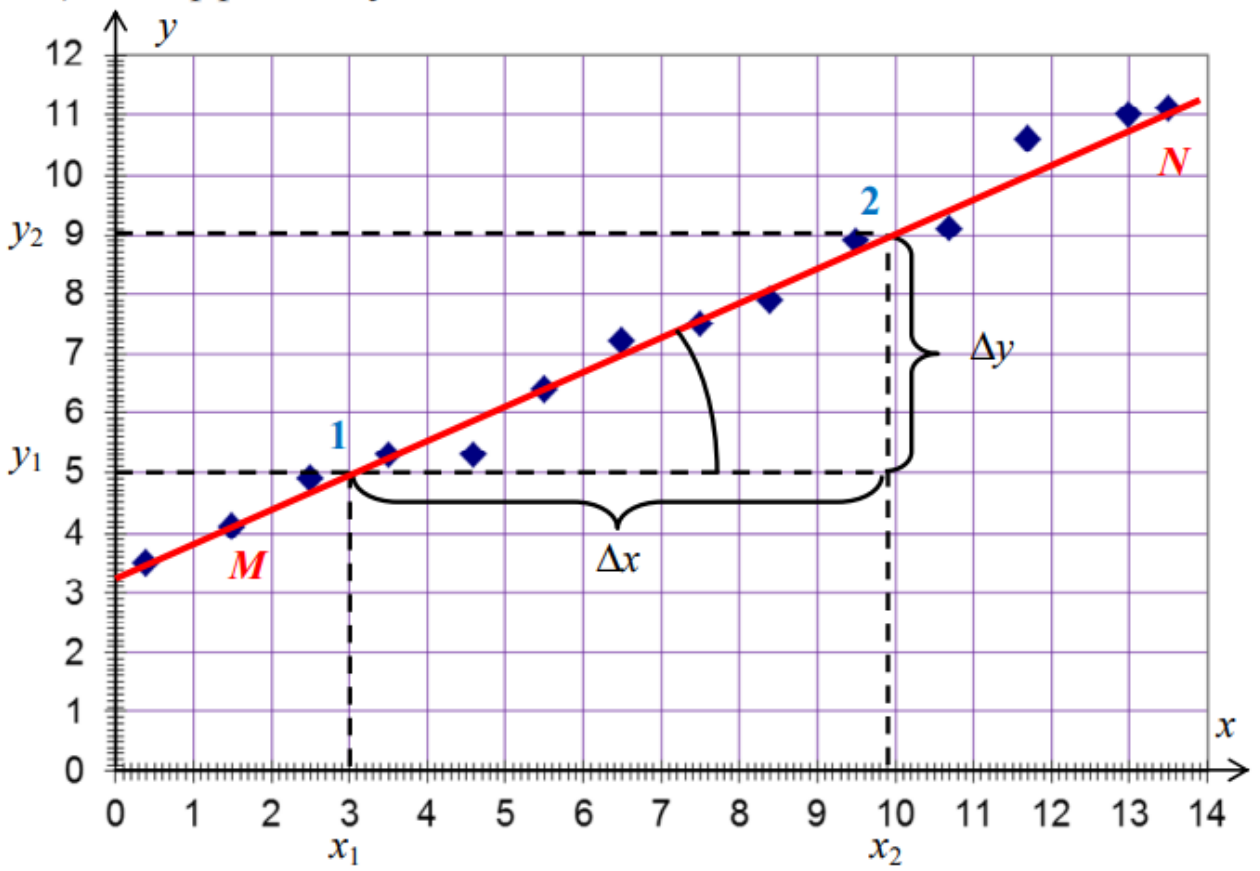


Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

$$a = \frac{4}{6{,}9} = 0{,}58\,.$$

Способ 1.

Для уменьшения погрешности вычислений коэффициента a точки 1 и 2 выбирают так, чтобы одно из значений ($\Delta x = x_2 - x_1$ или $\Delta y = y_2 - y_1$) содержало целое количество делений соответствующей оси в выбранном масштабе. Например, $y_1 = 5{,}0$, $y_2 = 9{,}0$. Тогда из рисунка



Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

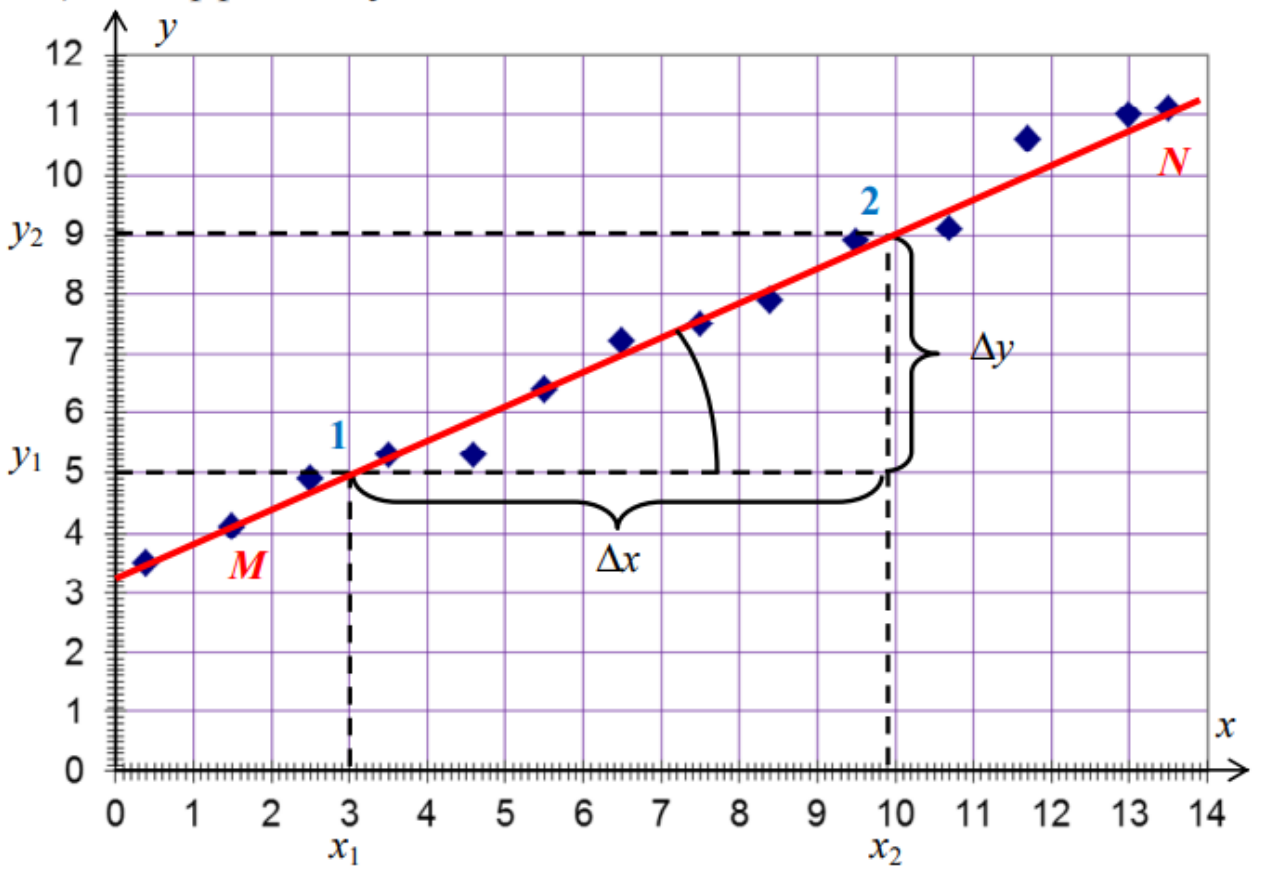
$$a = \frac{4}{6{,}9} = 0{,}58\,.$$

Следовательно, уравнение искомой прямой:

y = 0,58 x + 3,2

Способ 2.

Формально для определения коэффициентов a и b на проведенной на глаз прямой достаточно взять две произвольные точки с координатами (x_1; y_1), (x_2; y_2). Подстановка значений этих координат в уравнение $y = ax + b$ позволяет получить систему из двух уравнений для определения неизвестных коэффициентов a и b:



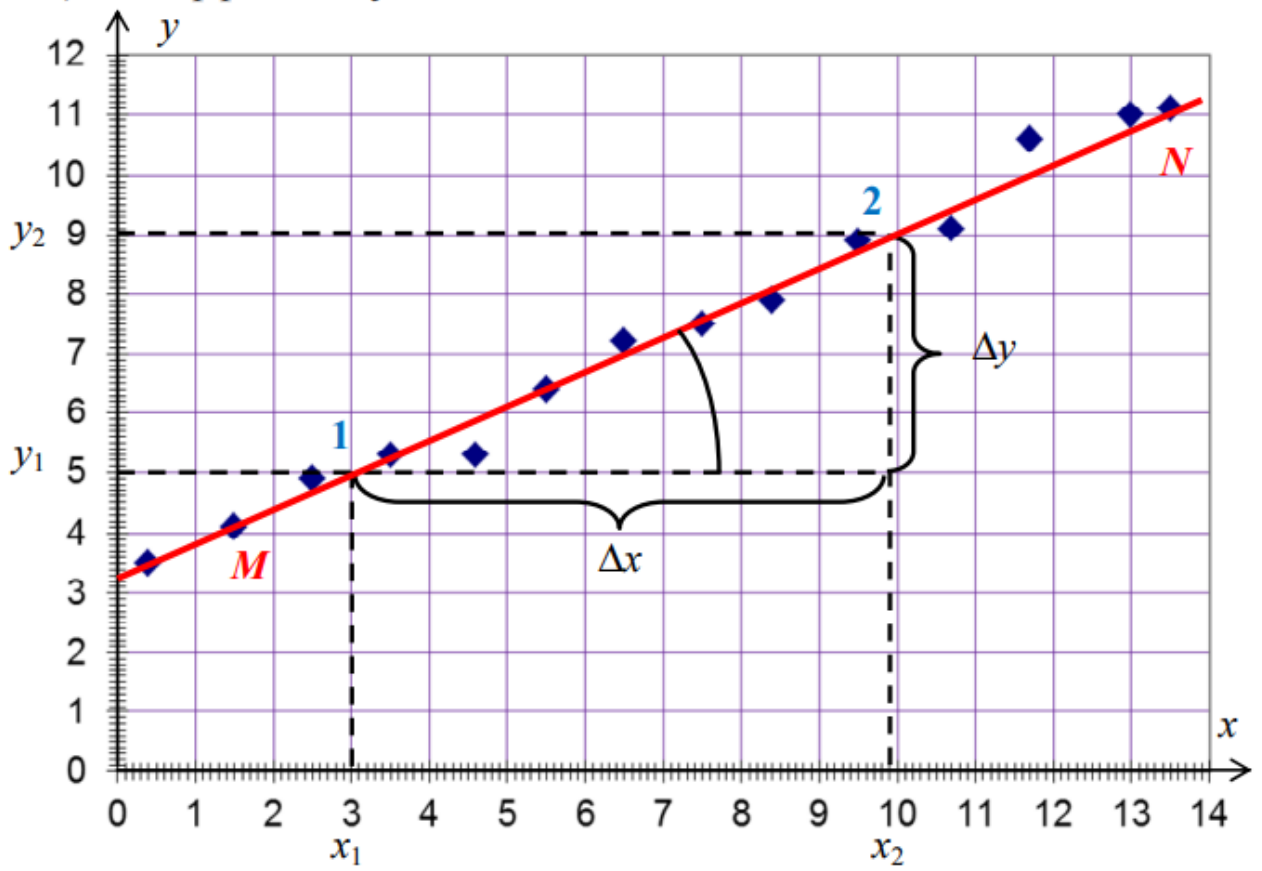
Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

$$ax_1 + b = y_1;$$
$$ax_2 + b = y_2.$$

Способ 2.

$$ax_1 + b = y_1;$$
$$ax_2 + b = y_2.$$

Решая систему уравнений, находим:

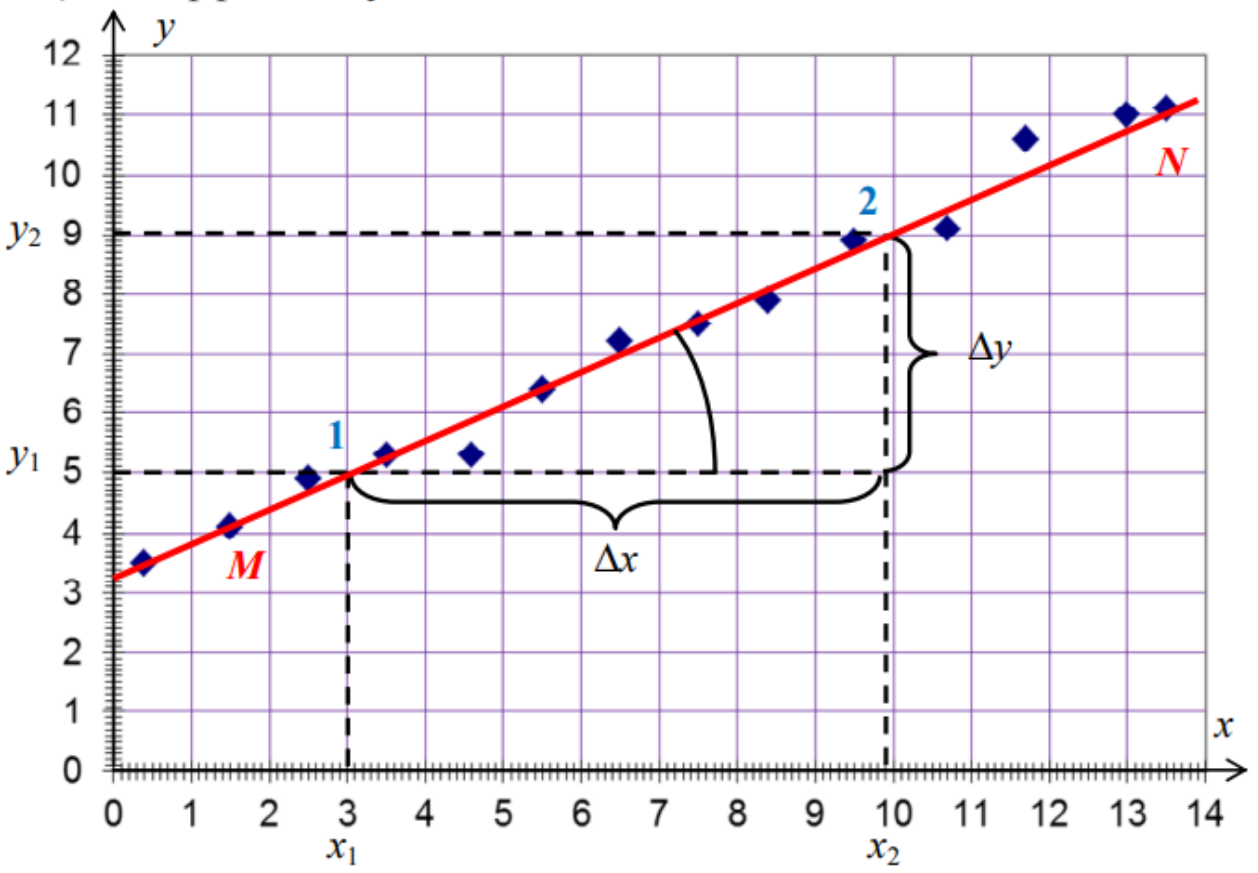


Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};\ b = y_1 - ax_1 \text{ или } b = y_2 - ax_2.$$

Способ 2.

Этот способ можно применять, если искомая прямая проведена так, что хотя бы две экспериментальные точки, расположенные далеко друг от друга, точно лежат на ней. Из графика видно, что точки M и N принадлежат искомой прямой. Из табл. видно, что эти точки имеют координаты: M (1,5; 4,1) и N (13,5; 11,1). Тогда найдем коэффициенты a и b:



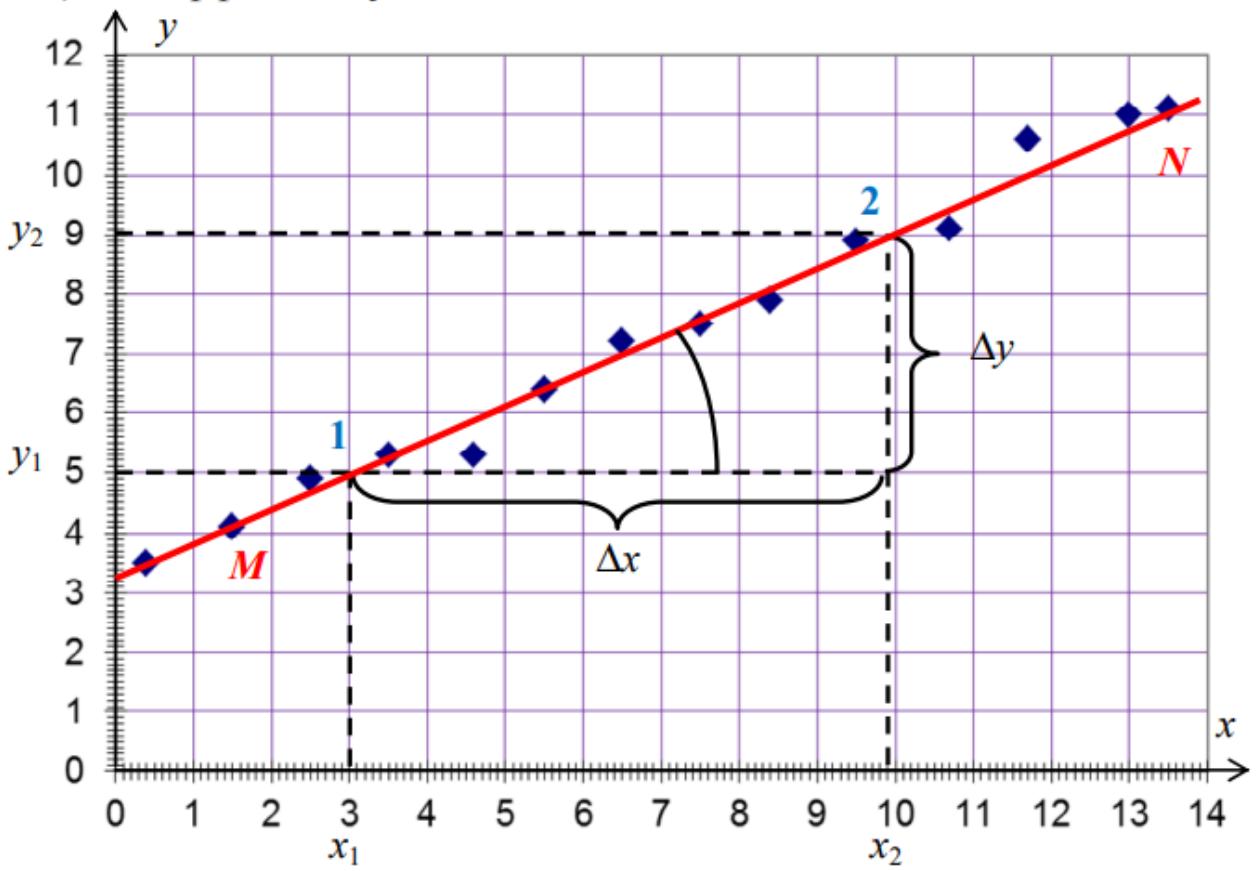
Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

$$a = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{11,1 - 4,1}{13,5 - 1,5} = \frac{7}{12} = 0,583;$$

$$b = y_M - ax_M = y_N - ax_N = 11,1 - 0,583 \cdot 13,5 = 3,229.$$

Способ 2.

Этот способ можно применять, если искомая прямая проведена так, что хотя бы две экспериментальные точки, расположенные далеко друг от друга, точно лежат на ней. Из графика видно, что точки M и N принадлежат искомой прямой. Из табл. видно, что эти точки имеют координаты: M (1,5; 4,1) и N (13,5; 11,1).
Тогда найдем коэффициенты a и b:



Использование графика y = F(x) для получения коэффициентов линейной зависимости между величинами x и y

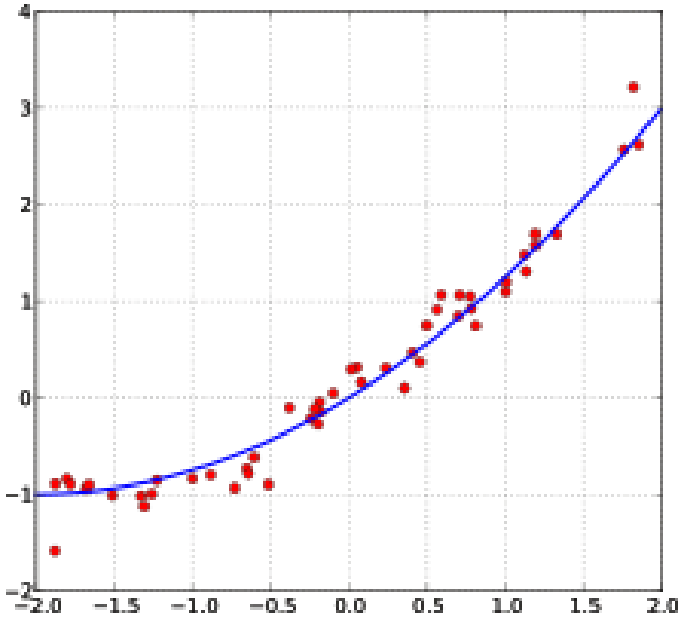
$$a = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{11,1 - 4,1}{13,5 - 1,5} = \frac{7}{12} = 0,583;$$

$$b = y_M - ax_M = y_N - ax_N = 11,1 - 0,583 \cdot 13,5 = 3,229.$$

Таким образом, **y = 0,583x + 3,23.**

Метод наименьших квадратов

математический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от экспериментальных входных данных. Он может использоваться для «решения» переопределенных систем уравнений (когда количество уравнений превышает количество неизвестных), для поиска решения в случае обычных (не переопределенных) нелинейных систем уравнений, для аппроксимации точечных значений некоторой функции.



Методом наименьших квадратов для данных, представленных в таблице, найти линейную зависимость y = ax + b

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x_i	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y_i	-11,47	-7,59	-4,32	-0,41	3,01	6,91	10,12	14,08

Параметры a и b по методу наименьших квадратов можно найти из системы уравнений:

$$\begin{cases} a\sum x_i^2 + b\sum x_i = \sum x_i y_i \\ a\sum x_i + bn = \sum y_i \end{cases}$$

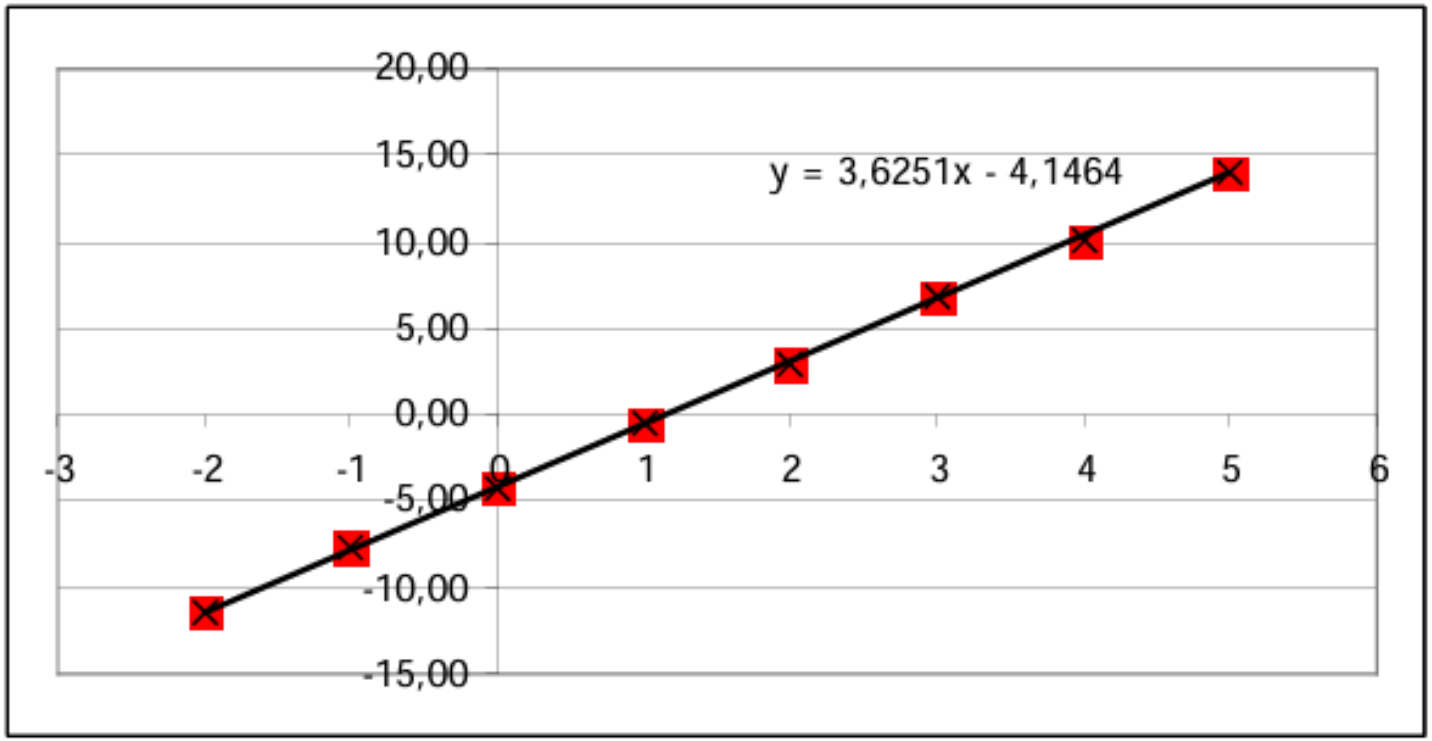
где суммирование ведется по i от 1 до n, n = 8. Составим расчетную таблицу:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	**Сумма**
x_i	-2	-1	0	1	2	3	4	5	**12**
y_i	-11,47	-7,59	-4,32	-0,41	3,01	6,91	10,12	14,08	**10,33**
x_i^2	4	1	0	1	4	9	16	25	**60**
$x_i y_i$	22,94	7,59	0	-0,41	6,02	20,73	40,48	70,4	**167,75**

Получаем систему:

$$\begin{cases} 60a + 12b = 167{,}75 \\ 12a + 8b = 10{,}33 \end{cases}$$

откуда находим $a = 3{,}625$, $b = -4{,}146$, то есть получаем функцию $y = 3{,}625x - 4{,}146$



Линеаризация функциональных зависимостей

В случае если экспериментальная зависимость имеет нелинейный характер, **путем замены переменных ее можно привести к линейному виду, при этом используется новая система координат**. После этого можно вновь применить графический метод определения параметров аналитической зависимости в этой системе координат. Этот прием называют линеаризацией функциональных зависимостей.

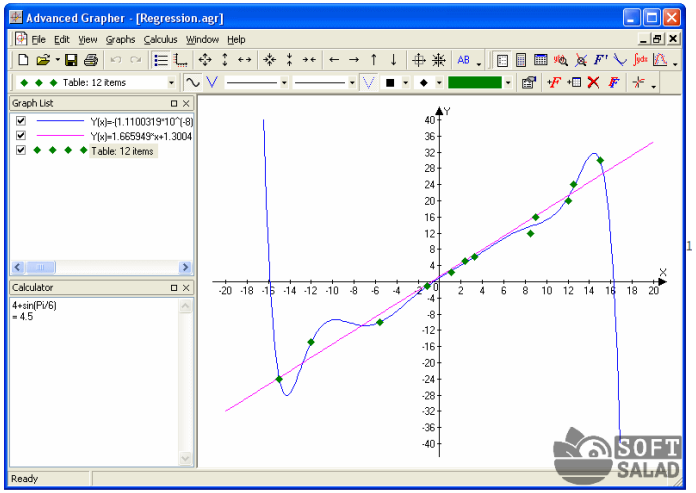
Рассмотрим, например, квадратичную зависимость $y \sim x^2$. Если на ось OY нанести равномерную шкалу, а на ось OX1 – шкалу квадратов $x_1 = x^2$, то получится система координат, где уравнение параболы изображается в виде прямой линии ($y \sim x_1$).

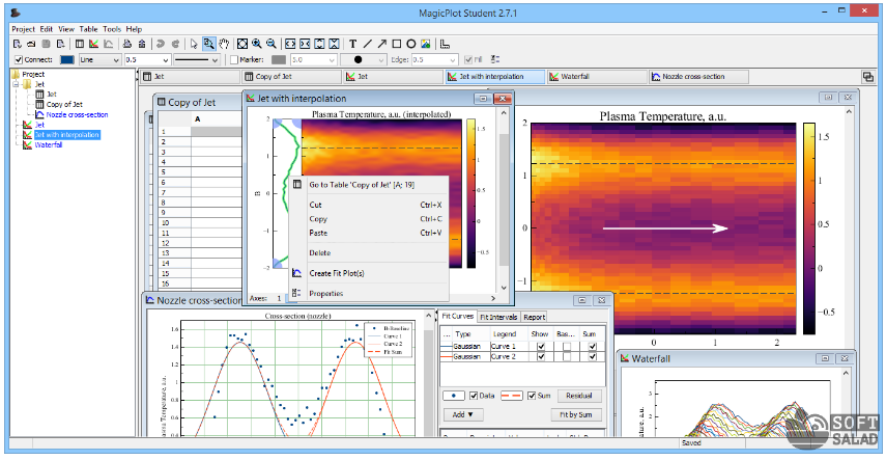
Линеаризация некоторых функций

Исходная формула	Преобразованная формула	Замена переменных	Линеаризованная формула
$y = bx^a$	$\ln y = a \cdot \ln x + \ln b$	$\ln y = y_1$ $\ln x = x_1$ $\ln b = b_1$	$y_1 = ax_1 + b_1$
$y = a \cdot \ln x + b$	—	$\ln x = x_1$	$y = ax_1 + b$
$y = e^{ax+b}$	$\ln y = ax + b$	$\ln y = y_1$	$y_1 = ax + b$
$y = be^{ax}$	$\ln y = ax + \ln b$	$\ln y = y_1$ $\ln b = b_1$	$y_1 = ax + b_1$
$y = \frac{a}{x} + b$	—	$\frac{1}{x} = x_1$	$y = ax_1 + b$
$y = \frac{1}{ax + b}$	$\frac{1}{y} = ax + b$	$\frac{1}{y} = y_1$	$y_1 = ax + b$
$y = \frac{x}{bx + a}$	$\frac{1}{y} = \frac{a}{x} + b$	$\frac{1}{y} = y_1$ $\frac{1}{x} = x_1$	$y_1 = ax_1 + b$

Программы для построения графиков

Advanced Grapher — небольшое и одновременно мощное приложение для построения графиков. Используется для построения графиков уравнений, неравенств и таблиц. Также программа позволяет выполнять подгонку кривой, анализировать функции, находить пересечения графиков, выполнять численное интегрирование и многое другое.

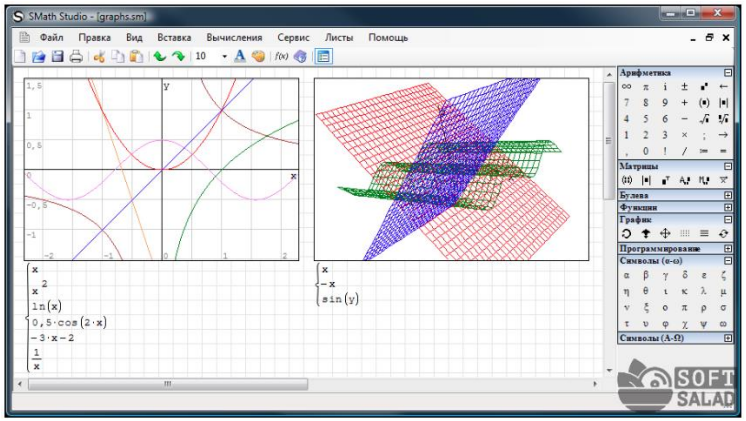


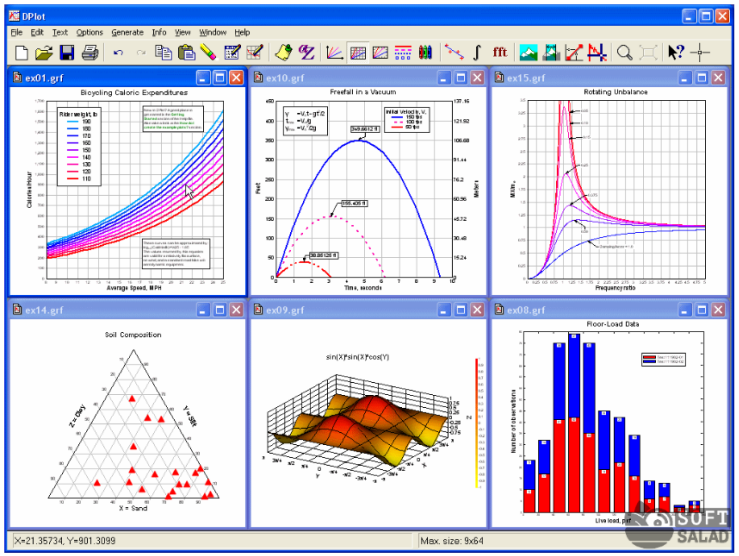


MagicPlot — программа, рассчитанная на использования инженерами. Используется для построения графиков функций любой сложности.

Программы для построения графиков

Smath Studio — еще одна бесплатная многофункциональная программа, предназначенная, в т.ч. и для построения 2D и 3D-графиков функций. Вообще, данное приложение создано для выполнения разнообразных математических вычислений. Визуализация функций в виде графиков — только одна из функций Smath Studio.





Dplot — профессиональная многофункциональная программа, позволяющая строить, как графики, так и диаграммы различных типов на основе массивов данных, в т.ч. генерируемых самим приложением по заданным пользователем критериям.

Выводы:

1. Графическая обработка результатов измерений является важным этапом экспериментального исследования, обеспечивающим наглядное представление и анализ полученных данных.
2. Правильный выбор координатных осей, масштаба и способа отображения экспериментальных точек и их погрешностей обеспечивает информативность и корректность графиков.
3. Графические методы позволяют выявлять функциональные зависимости между физическими величинами, определять их параметры и сопоставлять экспериментальные результаты с теоретическими моделями.
4. Линеаризация нелинейных зависимостей упрощает анализ экспериментальных данных и определение параметров исследуемых закономерностей.
5. Использование компьютерных средств повышает эффективность построения графиков, аппроксимации, анализа и интерпретации экспериментальных результатов.

Вопросы для самопроверки:

1. Что понимается под графической обработкой результатов измерений? Объясните её цели и значение в физическом эксперименте.
2. Как выбираются оси координат при построении экспериментального графика?
3. Как определить вид зависимости между величинами по характеру распределения экспериментальных точек?
4. Что такое линеаризация экспериментальных данных?
5. Какие основные требования предъявляются к оформлению экспериментального графика?

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

